공학석사 학위논문

전달손실 모델의 벤치마크에 관한 연구

A Study on Benchmark of Wave Propagation Model

지도교수 김 재 수

2000년 2월

한국해양대학교 대학원
해 양 공 학 과

차 경 희

본 논문을 차경희의 공학석사 학위논문으로 인준(認准)함.

위원장　공학박사　유 홍 선 ㊞

위　원　공학박사　김 재 수 ㊞

위　원　이학박사　강 효 진 ㊞

1999年 12月 22日

한국해양대학교 대학원
해양공학과

차 경 희

A Study on Benchmark of Wave Propagation Model

by

Cha Kyoung hee

Department of Ocean Engineering
Graduate School, Korea Maritime University

ABSTRACT

A sound wave in the water is playing an important part in the industrial and the military division. Particularly transmission loss which is used to estimate the detection range of the target is very important. Numerical models of transmission loss using numerical techniques were developed to interpret the sound wave passed by various forms in the ocean. Models ensured for benchmark are OASES of wave number integration method, KRAKENC of normal mode method and RAM of parabolic equation, and found out usable extent of frequency by the method of intermodel comparison in the range independent environment and used comparison method of benchmark ocean to evaluate KRAKENC model in the range dependence environment.

목　　차

그 림 목 차

표 목 차

1. 서　　론

수중에서는 가시광선이나 전자기파가 물에 흡수되기 때문에 정보전달의 매체로 음파를 사용한다. 수중에서의 음파는 어군제어나 수중통신과 같은 산업분야와 표적탐지와 항만방어를 목적으로 하는 군사분야에서 중요한 역할을 하고 있다. 특히 세계 제 2차 대전을 시발로 실전에 투입되어온 수중 무기 체계는 오늘날 비약적인 과학기술의 발달로 변화를 거듭하고 있는데 그 탐지와 운용에 있어 음파의 역할이 매우 중요하다. 이런 군사 과학기술은 자국의 이익을 우선하는 국가주의의 팽배로 관련된 정보와 원천 기술의 확보가 어렵다. 그 동안 우리나라에서는 여러 가지 여건이 여의치 않아 이 분야로 국가 전체적인 지원은 없었지만 국방과학 연구소와 수중음향 특화센터를 중심으로 꾸준한 연구가 진행되고 있다.

표적탐지를 위해서는 소나 방정식(Sonar Equation)을 적용하여 탐지거리를 예측해야 하는데 이때 가장 중요한 변수가 주어진 환경에서의 전달손실이다. 소나는 음파를 송·수신하여 표적을 식별하는 장비로서 탐지거리를 예측함으로 성능을 예측할 수 있는데 소나 체계에서 탐지거리 예측을 위해 전달손실을 계산하는 여러 가지 모델을 운용하여 왔다. 그런데 음파는 그 특성상 시·공간적으로 변화가 심한 해양환경에서 굴절, 반사, 흡수되고 지역별, 해역별로 다양한 형태를 가지므로 전달현상을 정밀하게 해석하기가 어려워 여러 가지 수치기법을 이용한 전달손실 수치모델들이 개발되었다. 이런 모델들은 수치해석 기법에 따라 그 적용범위가 제한되기 때문에 복잡 다양한 해양환경에서 가장 적합한 모델을 선택하기란 쉽지 않다. 따라서 본 논문에서는 실제 해양에서의 탐지거리 계산에 필요한 전달손실을 신속, 정확하게 계산하기 위해 모델선택에 있어 그 기준을 제공하고 사용 가능한 범위를 결정하고자 한다.

1. 1 연구의 목적 및 필요성

음향전파의 수치 모델링(Numerical Modeling)영역은 1970년대 초 컴퓨터의 급속한 발달과 더불어 발전하기 시작했다. 이런 발달로 과거에 계산시간이나 기타 효율성의 문제로 사용이 꺼려져 왔던 수치모델들이 다시 등장하여 쓰이게 되었고 다양한 수치해석 기법을 이용한 수치모델들이 개발되어 복잡한 해양환경에서도 음장을 계산하는데 유용하게 되었다. 실제 해양환경은 매우 복잡하고 그 특성이 다양한데 이런 환경에 적합한 모델을 결정하고 선택된 모델을 적절히 운용하는 능력은 정확한 결과를 도출하는데 매우 중요한 요소라 할 수 있다. 또한, 수치모델들은 도입된 수치해석 기법에 따라 적용범위가 제한되는데 이는 수치코드의 개발 과정에 여러 가지 가정법과 근사법이 적용되기 때문으로 수치코드의 정량화된 입력요소(input parameter)를 완전히 이해하고 환경에 적용하여야 정확한 결과를 도출 할 수 있다. 하지만 사용자가 특별한 주의로 모델을 실행하였다 하더라도 수치결과에 대한 정확성을 입증하기가 어려워 모델평가의 필요성이 대두되었는데 이를 해결하기 위해 제안된 방법이 벤치마크(Benchmark)이다.

따라서, 본 논문의 궁극적인 목적은 실제 해양에서 표적의 탐지거리 예측과 조기경보에 필요한 전달손실을 신속, 정확하게 계산하기 위해 가용한 모델을 확보하고, 확보된 모델의 검증을 통해 모델선택의 기준을 제시하고자 하는 것이다.

1. 2 연구의 내용 및 방법론

본 연구는 크게 두 가지로 이루어져 있다. 첫 번째는, 확보된 전달 손실 모델에 적용된 수치이론을 충분히 이해하고 적용된 가정을 검토함으로써 정확한 코드실행을 가능케 해 해석결과의 신뢰성을 높이고자 하는 것이다. 두 번째는 모델을 실행

한 결과들을 상호비교의 방법으로 벤치마크를 실행하여 모델별 특성 및 적용범위를 알고 모델선택의 기준을 마련하고자 하는 것이다.

첫 번째 연구 내용으로, 사용 가능한 모델의 확보를 위해 미 해양연구소의 Public Domain에 발표된 기존모델을 내려 받아 설치하였고(포물선 방정식법의 RAM과 IFD, 정상모드법의 KRAKENC, 고속음장법의 OASES(SAFARI), 음선이론의 FACT, 다중경로 확장법의 RAYMOD와 MLTP이다) 이 중 RAM, KRAKENC 그리고 OASES모델을 선택하였고 문헌조사와 프로그램 코드분석으로 수치이론에 대한 부분을 숙지하였다.

두 번째 연구 내용인 벤치마크는 먼저 모델의 자가 평가(Self Checking)를 위해 거리독립 환경에서 상반원리(The Principle of Reciprocity)를 적용시켰다. 상반원리는 음원과 수신기의 위치가 바뀌어도 결과에는 변함이 없다는 원리로 거리독립 환경일 경우는 적용했을 때 정확히 일치해야 한다. 모델의 특성과 적용범위를 알기 위해 채택된 상호모델 비교의 방법은 주파수를 옥타브레벨로 증가시키며 결과를 비교하고 수신기의 위치변화가 전달손실에 어떤 영향을 미치는가를 분석하였다.

1. 3 논문의 구성

본 논문은 총 다섯 개의 장으로 구성되어 있다.

제 1장에서는 본 논문의 개괄적인 내용과 목적 및 필요성에 대해서 설명하고, 2장에서는 각 수치이론(파수적분, 정상모드, 포물선방정식 이론)의 개념정리와 확보된 각 모델(OASES, KRAKENC, RAM)의 수치적인 유도과정 및 특성에 대해 알아보았다. 3장에서는 벤치마크 이론과 그 특성 및 추진과정과 방법론에 대해 언급하였고, 벤치마크의 수행으로 얻어진 전달손실 모델의 결과를 도시해 모델별로 적용 가능한 주파수의 범위에 대하여 수치실험을 하였다. 제 5장에서는 본 논문에 대한 요약 및 결과와 향후 연구과제에 대하여 논하였다.

2. 전달손실 수치이론 및 수치모델

2. 1 기본 수치이론 및 내용

해양에 관련된 거의 모든 문제들은 그 기초를 파동방정식에 두고 있다. 파동방정식을 풀기 위해서는 4차원 편 미분 방정식이나 기타 수치적 방법이 사용되는데 전자의 경우는 매우 간단한 표준문제일 경우에만 적용이 가능해 복잡하고 다양한 환경을 가지는 실제 해양에서는 수치적인 방법으로 접근해야 한다. 그러나 직접 푸는 것은 엄청난 계산을 필요로 하기 때문에 2차원 문제로 가정하여 계산하게 되는데 이런 파동방정식에 대한 수치적 접근방법에 따라 음선 이론(Ray Theory), 정상모드 이론(Normal Mode), 포물선방정식 이론(Parabolic Equation), 파수적분 이론(Wavenumber Integration), 다중경로 확장(Multipath Expansion)이론의 다섯 가지 방법으로 해석 될 수 있다. 수치적 방법으로는 가장 직접적인 접근법인 FDM(Finite Difference Method)과 FEM(Finite Element Method) 그리고 주파수-시간영역의 Fourier 변환법인 FFT(Fast Fourier Transform)의 방법이 있고, 크게 해양환경에 따라 거리종속(Range Dependent, RD)이론과 거리독립(Range Independent, RI)이론으로 나뉜다.

2.1.1 기본이론 유도

수중음향에 적용되는 대부분의 수치모델은 운동방정식, 연속방정식, 상태방정식에서 유도되는 선형 파동 방정식(Linear Wave Equation)을 그 기초로 한다.

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0 \qquad (2.1.1)$$

식(2.1.1)과 같은 단순한 파동방정식을 음원 항을 포함시켜 다시 표현하면 아래와 같다.

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = f(\mathbf{r}, t) \qquad (2.1.2)$$

위 식은 시·공간함수 $(\mathbf{r}, t)$로 경계조건(Boundary Condition)과 방사조건(Radiation Condition)이 도입된 수치 방법으로 해를 구할 수 있다.

위 식을 주파수-시간 Fourier 변환을 해서 아래와 같은 방정식을 만드는데 이 Helmholz 파동방정식은 주파수영역 방정식으로 해양환경이 주파수 상호간섭이 적은 특성을 이용해 시간영역 해를 무시한 결과이다.

$$[\nabla^2 + k^2(\mathbf{r})]\Psi(\mathbf{r}, \omega) = f(\mathbf{r}, \omega) \qquad (2.1.3)$$

여기서, $k(r) = \frac{\omega}{c(\mathbf{r})}$ 은 매질의 파수(Wave Number)이다.

이렇게 만들어진 방정식을 아래 좌표계에 적용시키면 기본 파동 방정식이 유도될 수 있고, 이 방정식을 기초로 여러 가지 수치이론들이 유도되고 개발될 수 있다.

.

가. 직각 좌표계 (Cartesian Coordinate System, $\mathbf{r} = (x, y. z)$)

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \qquad (2.1.4)$$

나. 원통형 좌표계 (Cylindrical Coordinate System, $\mathbf{r} = (r, \phi. z)$)

$$\nabla^2 = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \qquad (2.1.5)$$

2.1.2 수치이론별 전달손실 모델의 종류

앞서 언급했듯이 한 가지 모델로는 복잡하고 다양한 해양환경을 해석하기가 어려우므로 여러 수치모델들이 개발되었고, 이 수치모델로부터 정확하고 효과적인 전달손실 결과를 얻기 위해서는 음원의 주파수, 수심, 거리의존/거리독립 등 여러 특성에 따라 적합한 모델을 선택하여 운용하여야 한다. 아래에 보인 표는 대략적인 모델선택의 기준을 제시한 것이다.

모델 종류	천 해				심 해			
	저주파		고주파		저주파		고주파	
	RI	RD	RI	RD	RI	RD	RI	RD
음선 이론	○	○	◑	●	◑	◑	●	●
정상 모드	●	◑	●	◑	●	◑	◑	○
다중경로 확장	○	○	◑	○	◑	○	●	○
고속 음장	●	○	●	○	●	○	◑	○
포물선 방정식	◑	●	○	○	◑	●	◑	◑

저주파 : 〈 500 Hz　　RI : Range Independent

고주파 : 〉 500 Hz　　RD : Range Dependent

● : 적용 가능, ○ : 적용 불가, ◑ : 제한적 적용 가능

Table 2.1 수중음향 전파모델의 적용기준

아래 표는 현재 개발되어 있는 모델의 종류를 수치이론 별로 표시한 것으로 진하게 표시 된 것은 현재 확보된 모델로 모두 운용이 가능하다.

이론	RI 모델	RD 모델
음선 이론 (Rays)	**FACT** FLIRT PLRAY/VLA RANGER	FACTEX GRASS **HARPO** MEDUSA MPC MPP PEDERSON Continuous Gradient RAYWAVE RP-70 SHALFACT TRIMAIN Gaussian Beam Model ADAM
정상모드 (Normal Modes)	AP-2/5 COMODE FNMSS NEMESIS/PLMODE NLNM NORMOD 3 NORM 2L PROTEUS STICKLER NORMAL MODE	ADIAB ASERT ASTRAL COUPLE CENTRO/ANTS KANABIS Shallow Water **KRAKEN** MOATL Nlayer PROLOS SNAP WKBZ 3-D OCEAN ACOUSTICS
파수 적분 (Wavenumber Integration)	FFP KUTSCHALE FFP MSPFFP **OASES**(SAFARI) PNSEB	RDOASES
포물선 방정식 (Parabolic Equation)		FOR3D HYPER **IFD**/WIDE ANGLE PAREQ PE, Corrected PE, PE-FRAME PESOGEN **RAM** ULETA UNIMOD 3D PE
다중경로 확장 (Multipath Expansion)	FAME MULE NEPBR **RAYMODE**	

Table 2.2 수치 이론별 전달손실 모델의 종류

2. 2 파수적분 이론 및 모델

파수적분법(Wavenumber Integration, WI)은 수평으로 성층화(Stratified) 된 유체(고체)환경에서 적분변환의 기술로 전달손실을 구하는 방법이다. WI 방법은 완전해(Exact Solution)를 제공하므로 다른 모델의 검증용으로 주로 쓰이고, 기존에는 거리독립인 환경에서만 가능했으나 Hybrid 개념의 도입으로 거리종속 영역으로의 확장이 이루어졌다.

수중음향 영역에서 WI 방법은 종종 'FFP'(Fast Field Program)라고 불리는데 이는 초기실행에서 스펙트럴 적분(Spectral Integration)을 위해 FFT(Fast Field Transform)가 사용되었기 때문이다. 하지만 이 외에도 다른 많은 기법이 이론에 적용되어 있어 'WI' 라는 용어가 더 정확하다 하겠다. 수평으로 성층화 된 매질에 대한 WI 이론은 Pekeris에 의해 처음으로 수중음향에 도입되었다. 이를 해석하기 위한 방법으로는 Propagator Matrix 방법으로 계산하는 전통적인 방법이 있고 최근에는 Schmidt가 Direct Global Matrix 근사를 도입하는 방법을 개발해 기존의 모델보다 수치적으로 훨씬 안정적인 코드구현을 했다고 평가받아 본 논문에서도 이를 사용하였다.

2.2.1 파수적분 수치이론

Helmholz 파동방정식(식(2.1.3))을 거리독립 환경이고 음원이 z축에 위치한다고 가정하여 Hankel 변환법을 적용하면 아래의 수심분리형 파동방정식(Depth-Separated Wave Eq.)을 얻을 수 있다.

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - (k^2 - k_m^2(z)) \right) \Psi(k, z) = \frac{f_s(z)}{2\pi} \qquad (2.2.1)$$

이 식의 해는 한 개의 특해(Particular Solution) $\hat{\Psi}(k, z)$와 두 개의 독립해 $\Psi^{-1}(k, z)$, $\Psi^{+1}(k, z)$의 선형조합으로 이루어지는데 이로부터 아래와 같은 수심의존형 Green 함수를 얻을 수 있다.

$$\Psi(k, z) = \widehat{\Psi}(k, z) + A^{-}(k)\Psi^{-}(k, z) + A^{+}(k)\Psi^{+}(k, z) \qquad (2.2.2)$$

여기서, $A^{-}(k)$, $A^{+}(k)$는 경계조건에서 얻어지는 임의계수(Arbitrary Coefficient)이다.

매질의 각 층에서 식(6)과 같은 형태의 해를 구해 음원의 위치와 매질에 따라 Hankel 적분변환 형태로 표현하고, 이를 각 경계면(Boundary Interface)에서의 경계조건에 적용시켜 적분인자(Integrand)만으로 표현하여 지역 행렬(Local Matrix)을 구성한다. 이렇게 구성된 지역행렬을 통합하여 대역 행렬(Global Matrix)을 만들면 여기서 미지계수 $A^{\pm}$를 결정할 수 있는데 만약 층의 수가 작고 단순한 환경이라면 쉽게 풀 수 있으나 복잡하고 다층일 경우에는 수치적인 방법으로 접근해야 한다. 이 과정을 균질 매질(Homogeneous Medium)일 경우를 가정하고 아래에 간단히 설명하였다.

가. 음원의 위치와 매질의 종류에 따른 Hankel 적분변환 형태

σ_{zz} : 수직 응력 (Normal Stress)

σ_{rz} : 접선 응력 (Tangential Stress)

1) 균질한 유체 매질 (Homogeneous Fluid Medium)

$u(r, z)$	r 방향 변위	$\frac{\partial \Phi}{\partial r}$
$w(r, z)$	z 방향 변위	$\frac{\partial \Phi}{\partial z}$
$\Phi(r, z)$	무 음원해	$\int_0^{\infty} [A^{-} e^{\alpha z} + A^{+} e^{\alpha z}] J_0(kr) k dk$
$\widehat{\Phi}(r, z)$	음원해	$\frac{S_w}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha\|z-z_s\|}}{\alpha} J_0(kr) k dk$

$$(k_m(z) = h_m, \ \alpha(k) = \sqrt{k^2 - h_m^2})$$

가) 층에 음원이 없을 경우

$$w(r,z) = \int_0^\infty [-\alpha A^- e^{-\alpha z} + \alpha A^+ e^{\alpha z}] J_0(kr) k dk \qquad (2.2.3)$$

$$\sigma_{zz}(r,z) = \lambda \nabla^2 \Phi(r,z) = -\rho w^2 \Phi(r,z)$$
$$= -\rho w^2 \int_0^\infty [A^- e^{-\alpha z} + A^+ e^{\alpha z}] J_0(kr) k dk \qquad (2.2.4)$$

나) 층에 음원이 있을 경우

: **무 방향성의 점 음원일 경우를 가정하고**, $f_s(z, w) = -S_w \delta(z - z_s)$ **을 적용한다**.

$$\hat{w}(r,z) = -\frac{S_w}{4\pi} \int_0^\infty sign(z - z_s) e^{-\alpha|z - z_s|} J_0(kr) k dk \qquad (2.2.5)$$

$$\hat{\sigma}_{zz}(r,z) = -\frac{S_w \rho_2 \omega^2}{4\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\alpha|z - z_s|}}{\alpha} J_0(kr) k dk \qquad (2.2.6)$$

$u(r, z)$	r **방향 변위**	$\frac{\partial}{\partial r}\Phi(r,z) + \frac{\partial^2}{\partial r \partial z}\Psi(r,z)$
$w(r, z)$	z **방향 변위**	$\frac{\partial}{\partial z}\Phi(r,z) - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r}\Psi(r,z)$
$\Phi(r, z)$	**무 음원해**	$\int_0^\infty [A^- e^{\alpha z} + A^+ e^{\alpha z}] J_0(kr) k d k$
$\Psi(r, z)$		$\int_0^\infty [B^- e^{\beta z} + B^+ e^{\beta z}] J_0(kr) k d k$
$\hat{\Phi}(r, z)$	**음원해**	$\frac{S_w}{4\pi} \int_0^\infty sign(z - z_s) e^{-\alpha|z - z_s|} J_0(kr) k d k$
$\hat{\Psi}(r, z)$		$\frac{S_w}{4\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\beta|z - z_s|}}{\beta} J_0(kr) k d k$

$(\alpha(k) = \sqrt{k^2 - h^2_m} \quad \beta(k) = \sqrt{k^2 - k^2_m})$

2) **균질한 고체 매질** (Homogeneous Solid Medium)

가) 층에 음원이 없을 경우

$$u(r,z) = \int_0^\infty [-kA^- e^{-\alpha z} - kA^+ e^{\alpha z} + \beta B^- e^{-\beta z} - \beta B^+ e^{\beta z}] J_1(kr) k dk \qquad (2.2.7)$$

$$w(r,z) = \int_0^{\infty}[-\alpha A^- e^{-\alpha z} + \alpha A^+ e^{\alpha z} + kB^- e^{-\beta z} + kB^+ e^{\beta z}] J_0(kr) k dk \qquad (2.2.8)$$

$$\sigma_{zz}(r,z) = \mu \int_0^{\infty}[(2k^2 - k^2)[A^- e^{-\alpha z} + A^+ e^{\alpha z}] - 2k\beta[B^- e^{-\beta z} - B^+ e^{\beta z}]] J_0(kr) k dk$$
(2.2.9)

$$\sigma_{rz}(r,z) = \mu \int_0^{\infty}[2k\alpha[A^- e^{-\alpha z} - A^+ e^{\alpha z}] - (2k^2 - k_m{}^2)[B^- e^{-\beta z} + B^+ e^{\beta z}]] J_1(kr) k dk$$
(2.2.10)

나) 층에 음원이 있을 경우,

$$\hat{u}(r, z) = -\frac{S_w}{4\pi}\int_0^{\infty} sign(z - z_s) k [e^{-\alpha|z-z_s|} - e^{-\beta|z-z_s|}] J_1(kr) k dk$$
(2.2.11)

$$\hat{w}(r, z) = -\frac{S_w}{4\pi}\int_0^{\infty}[\alpha e^{-\alpha_3|z-z_s|} - k^2\beta^{-1} e^{-\beta|z-z_s|}] J_0(kr) k dk$$
(2.2.12)

$$\hat{\sigma}_{zz}(r, z) = \frac{S_w \mu}{4\pi}\int_0^{\infty} sign(z - z_s) \times [(2k^2 - k_m^2) e^{-\alpha_3|z-z_s|} - 2k^2 e^{-\beta|z-z_s|}] J_0(kr) k dk \qquad (2.2.13)$$

$$\hat{\sigma}_{rz}(r, z) = \frac{S_w \mu}{4\pi}\int_0^{\infty}[2k\alpha e^{-\alpha|z-z_s|} - (k^3\beta^{-1} + k\beta) e^{-\beta|z-z_s|}] J_1(kr) k dk \qquad (2.2.14)$$

나. 각 경계면에서의 경계조건

음장요소 / 경계면 형태	w	u	σ_{zz}	σ_{rz}
fluid/vacuum	-	-	0	-
fluid/fluid	=	-	=	-
fluid/solid	=	-	=	0
solid/vacuum	-	-	0	0
solid/solid	=	=	=	=

Symbols used : =. continuous ; 0, vanishing ; -, not involved

Table 2.3 **각 경계면에서의 경계조건**

식(2.2.2)**에서 수평방향 파수**(Horizontal Wavenumber)**를 결정하기 위해 수치적분**

법을 이용하는데 이는 변위와 압력을 적분으로 표현하는 방법으로 Hankel 적분변환이라고 한다.

$$G(r, z) = \int_0^{\infty} g(k, z) J_m(kr) k \, dk \qquad (2.2.15)$$

여기서, Bessel함수는 아래와 같이 두 개의 Hankel 함수로 표현되는데,

$$J_m(kr) = \frac{1}{2}\left(H_m^{(1)}(kr) + H_m^{(2)}(kr)\right) \qquad (2.2.16)$$

$H_m^{(1)}(kr)$항은 매우 근거리에서 정상파(Standing Wave)를 표현할 때만 중요하므로 무시하게 되는데 이런 점근 근사(Asymptotic Approximation)를 도입하는 FFP 모델이 현재 가장 많이 쓰이고 있다. 이렇게 대체된 $H_m^{(2)}(kr)$를 역 Hankel 변환에 적용하고 FFT하여 전달손실을 구하게 된다.

2.2.2 파수적분 수치모델 - OASES

가. 개 요

대표적인 WI모델로는 FFP, OASES가 있는데 본 연구에서는 OASES를 사용하였다.

OASES는 수평으로 성층화 된 거리독립 환경에서의 전파 모델링을 위한 것으로 1987년 Hanrik Schmidt에 의해 개발되었다. SAFARI(Seismo-Acoustic Fast Field Algorithm for RI env.)로 시작해 1999년 OASES(Ocean Acoustics and Seismic Exploration Synthesis)로 명칭이 바뀌면서 수치적으로 더 안정적이고 효과적인 모델이 되었고 RI모델을 RD환경으로 확장한 RDOASES 모델도 개발되었으나 아직 완전히 검증되지 않았다.

다양한 환경에 적용이 가능해 빠르고 정확한 결과를 얻을 수 있지만 RI모델이라 사용에 제한이 있고 입력요소와 옵션항목이 복잡하고 다양해 정확한 실행을 위해서는 신중을 기해야 한다.

나. 프로그램 구성 및 실행

본 논문에서 사용된 OASES 모델은 리눅스 환경에서 실행되는 것으로 아직 PC 버전은 개발되어 있지 않다. OASES 프로그램은 여러 가지 기능을 내장한 패키지로 구성되어 있는데 이 중 전달손실을 계산하는 부분인 OAST(OASes Transmission loss module)를 사용했다.

1) OASES 프로그램 패키지 구성

$home/oases/		OASES 주 디렉토리
	src	OASES 2D 음원 파일
	src3d	OASES 3D 음원 파일
	bin	OASES 실행경로 및 문서
	lib	OASES 자료의 경로
	tloss	OAST 데이터 파일
	pulse	OASP 데이터 파일
	rcoef	OASR 데이터 파일
	plot	FIPPLOT 음원 파일
	contour	CONTUR 음원 파일
	mindis	MINDIS 그래픽 자료
	pulsplot	펄스 후처리에 관한 음원 파일
	doc	LaTeX 형태의 안내서

Table 2.4 OASES 모델의 프로그램 구성

2) OAST 코드 실행

→ 해당 환경에서 전달손실 계산 : 〉 oast input

→ 전달손실 결과를 curve 형태로 표현 : 〉 mplot input

→ 전달손실 결과를 contour 형태로 표현 : 〉 cplot input

3) OAST 코드 실행 후 획득 파일

파일 이름	파일 설명
input.**dat**	입력 파일
input.**src**	입력 파일의 음원 배열정보
input.**plp**	plot 인자 파일
input.**plt**	plot 데이터 파일
input.**trc**	반사계수 표
input.**cdr**	contour plot 인자 파일
input.**bdr**	contour plot 데이터 파일
input.**rhs**	불연속 산란에 대한 파일
oast2	실행

Table 2.5 출력 파일의 종류와 내용

2. 3 정상모드 이론 및 모델

정상모드(Normal Modes)이론은 1948년 Pekeris에 의해 처음 개발 된 이후 수중음향학 분야에서 오랫동안 사용되어 오다 Williams(1970년대)에 의해 그 간의 진행 및 발전과정이 집대성되었다.

기초이론이나 유도과정이 파수적분법과 유사한 이 이론은 원거리에서 매우 정확한 해를 제공하는 반면 고주파 대역의 계산시간이 길고 거리독립 환경에서만 적용이 가능한 단점이 있어 적용에 문제가 있었으나 이후 연성 정상모드 모델(Coupled Normal Model)의 개발로 거리종속 영역까지 확장되었다.

2.3.1 정상모드 수치이론

가. 기본이론 유도

파수적분이론과 마찬가지로 정상모드이론도 수심에 따라 밀도와 음속이 변하는 수심의존형 Helmholtz 파동방정식을 기초로 한다.

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right)+\rho(z)\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\rho(z)}\frac{\partial p}{\partial z}\right)+\frac{\omega^2}{c^2(z)}p=\frac{-\delta(z-z_s)\delta(r)}{2\pi r} \qquad (2.3.1)$$

우 항이 제거된 비 음원 방정식의 해를 $p(r,z)=\Phi(r)\Psi(z)$이라 가정하고 식 (2.3.1)에 대입한 후, $\Phi(r)\Psi(r)$에 의한 변수분리법을 적용한다.

$$\frac{1}{\Phi}\left[\frac{1}{r}\cdot\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\Phi}{dr}\right)\right]+\frac{1}{\Psi}\left[\rho(z)\cdot\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{\rho(z)}\frac{d\Psi}{dz}\right)+\frac{w^2}{c^2(z)}\Psi\right]=0 \qquad (2.3.2)$$

위의 식(2.3.2)를 만족하기 위해서는 각 항이 상수가 되어야 하므로, 분리상수 k^2_{rm}로 아래의 전통적 Sturm-Liouville 고유치 문제인 모드방정식이 만들어진다.

$$\rho(z)\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{\rho(z)}\frac{d\Psi_{m(z)}}{dz}\right)+\left(\frac{\omega^2}{c^2(z)}-k^2{}_{rm}\right)\Psi_m(z)=0 \qquad (2.3.3)$$

여기서 $\Psi_m(0)=0$, $\frac{d\Psi}{dz}\Big|_{z=D}=0$ 으로, $z=0$ 에서 자유수면이고 $r=D$ 에서 완전한 강체 해저면(perfect rigid bottom)의 경계조건을 가진다.

1) 모드방정식의 특성

가) 진동하는 줄에서의 모드처럼 무한개의 해를 가진다.

나) 모드들은 모드 형상 함수(mode shape function)인 $\Psi_m(z)$와 수평전파상수인 k_{rm} 으로 이루어진다.

다) 수평전파상수의 진동 주파수들은, 비슷하지만 모두 별개의 값을 가진다.

라) $\Psi_m(z)$는 고유함수(eigen function)이고, k_{rm} 이나 $k^2{}_{rm}$은 유치(eigen value)이다

라) m번째 모드는 $[0, D]$의 사이에서 m개의 '0' 값을 가지고, 상응하는 고유치 $k^2{}_{rm}$ 는 모두 실수 값을 가지며 $k_{r1}{}^2 > k_{r2}{}^2 > \cdots$ 이다.

마) 모든 고유치 들은 $\omega/c_{\min}$ 보다 작은 값을 가진다. $(k_{rm} \le \omega/c_{\min})$

바) Sturm-Liouville 문제의 모드들은 직교성(orthogonal)을 가진다.

$$\int_0^D \frac{\Psi_m(z)\cdot\Psi_n(z)}{\rho(z)}\,dz = 0\ , \qquad m \neq n \qquad (2.3.4)$$

식(2.3.4)의 간단화를 위해 아래와 같이 정상화된 모드(Normalized Mode)의 형태를 가정한다.

$$\int_0^D \frac{\Psi_m^{\,2}(z)}{\rho(z)}\,dz = 1 \qquad (2.3.5)$$

결국, 모드의 전체집합은 정상모드들의 합인 임의함수(arbitrary function)로 표현이 가능함을 알 수 있고, 아래와 같이 압력을 다시 표현할 수 있다.

$$p(r,z) = \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_m(r)\,\Psi_m(z) \qquad (2.3.6)$$

식(2.3.6)을 다시 식(2.3.1)에 대입하여 정리한다.

$$\sum_{m=1}^{\infty}\left\{\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\Phi_m(r)}{dr}\right)\Psi_m(z)\right.$$

$$\left.+\ \Phi_m(r)\left[\rho(z)\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{\rho(z)}\frac{d\Psi(z)}{dz}\right)+\frac{\omega^2}{c^2(z)}\Psi_m(z)\right]\right\} = -\frac{\delta(r)\delta(z-z_s)}{2\pi r}$$

(2.3.7)

식(2.3.7)을 다시 식(2.3.3)의 모드방정식으로 간단화 시키면 아래의 식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{m=1}^{\infty}\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\Phi_m(r)}{dr}\right)\Psi_m(z) + k_m^{\,2}\,\Phi_m(r)\,\Psi_m(z)\right] = -\frac{\delta(r)\delta(z-z_s)}{2\pi r} \qquad (2.3.8)$$

여기에 연산자 $\int_0^D(\cdot)\frac{\Psi_n(z)}{\rho(z)}dz$ 를 대입하고 모드의 직교성을 적용하면 아래와 같이 표준방정식(Standard Equation)을 구할 수 있다.

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\Phi_n(r)}{dr}\right)+ k^2{}_{rn}\,\Phi_n(r) = -\frac{\delta(r)\Psi_n(z_s)}{2\pi r\,\rho(z_s)} \qquad (2.3.9)$$

식(2.3.9)의 해는 아래와 같이 Hankel 함수의 항으로 주어지는데, 항을 정하기 위해 아래의 근사법을 적용한다.

$$\Phi_n(r) = \frac{i}{4\rho(z_s)}\Psi_n(z_s)H_0^{(1,2)}(k_{rn}r) \qquad (2.3.10)$$

여기에, 방사 조건(Radiation Condition)이나(식(2.3.11)) 점근 근사법(asymptotic approximation)(식(2.3.12))을 도입한다.

$$p(r,z) = \frac{i}{4\rho(z_s)}\sum_{m=1}^{\infty}\Psi_m(z_s)\Psi_m(z)H_0^{(1)}(k_{rm}r) \qquad (2.3.11)$$

$$p(r,z) \approx \frac{i}{\rho(z_s)\sqrt{8\pi r}}e^{-i\pi/4}\sum_{m=1}^{\infty}Z_m(z_s)Z_m(z)\frac{e^{ik_m r}}{\sqrt{k_m}} \qquad (2.3.12)$$

그러나 일반적으로 압력의 형태보다는 전달손실의 형태를 많이 쓰는데 아래 식은 자유영역에 음원이 있을 경우이다.

$$TL(r,z) = -20\log\left|\frac{p(r,z)}{p_0(r=1)}\right|, \qquad p_0(r) = \frac{e^{ik_0 r}}{4\pi r} \qquad (2.3.13)$$

또는, $TL(r,z) \simeq -20\log\left|\frac{1}{\rho(z_s)}\sqrt{\frac{2\pi}{r}}\sum_{m=1}^{\infty}\Psi_m(z_s)\Psi_m(z)\frac{e^{ik_{rm}r}}{\sqrt{k_{rm}}}\right|$ (2.3.14)

천해에서의 모드는 바닥과의 상호작용이 활발한데, 바닥특성에 대한 정보가 거의 없어 어떤 경우에 있어서는 전달손실을 Incoherent 형태로 계산하는 것이 더 효율적 일수도 있다

$$TL_{INC}(r,z) \simeq -20\log\frac{1}{\rho(z_s)}\sqrt{\frac{2\pi}{r}}\sqrt{\sum_{m=1}^{\infty}\left|\Psi_m(z_s)\Psi_m(z)\frac{e^{ik_{rm}r}}{\sqrt{k_{rm}}}\right|^2} \qquad (2.3.15)$$

나. 거리종속 환경으로의 확장 이론

정상모드이론은 거리독립 환경에서만 적합한 것으로 생각하는데 거리종속 문제

에 대해서도 쉽게 확장이 가능하다. 거리를 여러 개의 격자(segment)로 나누고, 각각을 표준 정상모드방정식의 해와 경계면 조건(interface condition)을 사용해 거리독립 환경으로 근사 시켜 합하는 방법으로, 간단하지만 탁월한 실행결과를 보여 포물선방정식 모델의 벤치마크를 위한 참고해(reference solution)를 구하는데 주로 쓰인다.

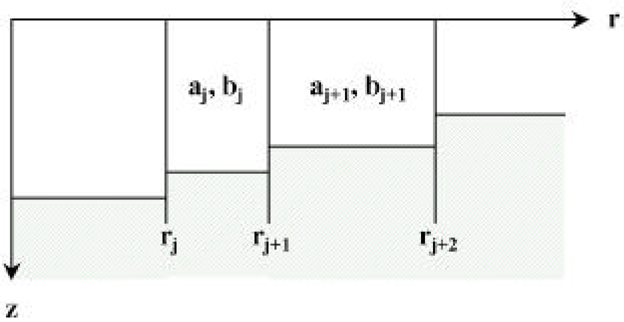


Fig. 2.1 연성 모드를 위한 거리의존 환경의 격자분할

1) 양방향 연성 정상모드 (Two-way Coupled Normal Mode)

위 그림과 같이 거리를 n개로 축 대칭 분할하고 고차모드로부터의 기여분을 무시하여 j번째 일반해를 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$p^j(r,z) = \sum_{m=1}^{M} [\, a^j{}_m \hat{H}1^j{}_m(r) + b^j{}_m \hat{H}2^j{}_m(r) \,]\, \Psi^j{}_m(z) \quad (2.3.16)$$

여기서, $\hat{H}1^j{}_m(r) = \dfrac{H_0^{(1)}(k^j{}_{rm} r)}{H_0^{(1)}(k^j{}_{rm} r_{j-1})}$, $\hat{H}2^j{}_m(r) = \dfrac{H_0^{(2)}(k^j{}_{rm} r)}{H_0^{(2)}(k^j{}_{rm} r_{j-1})}$ 이다.

이런 일반해의 Hankel 함수에서 누출모드(leaky mode)의 과류문제(overflow problem)를 해결하고, 큰 독립변수를 사용해 점근형(asymptotic)으로 표현 할 수 있다. 이런 양방향 연성모드는 각 격자간의 상호작용이 적용된 것으로 포물선 방정식법과 같은 전진파 형태(marching type)보다 훨씬 복잡하고 계산시간도 많이

필요하다. 경사바닥과 같이 연속적으로 변하는 환경의 경우 수렴점을 찾기 위해서 때로는 파장보다 작은 격자크기로 나누어야 하는데 이는 상당한 계산시간을 수반하게 되고, 수치적인 불안정을 야기하기도 한다.

이런 문제를 해결하기 위해 단열 정상모드 근사법과 한 방향 연성 정상모드 방법이 도입되었다.

2) 한 방향 연성 정상모드(One-way Coupled Normal Mode)

한 방향 연성모드는 이런 격자간의 상호작용을 무시하고 전진형태만 취해서 계산하는데 이는 약간의 정확도 저하만으로 계산시간을 단축할 수 있다. 서로 다른 정확도를 가지는 여러 방법들로부터 효율적인 한 방향 연성모드 모델을 만들 수 있는데 본 논문에서는 Porter에 의한 single-scatter 방법을 따른 KRAKENC 모델을 사용한다.

3) 단열 정상모드 (Adiabatic Normal Mode)

한 방향 연성모드가 속도 면에서는 많이 향상되었지만, 여전히 많은 요소들로 인해 한계가 있다. 이런 이유로 다른 근사 방법이 시도되는데 이는 하나의 모드에서 다른 모드로 전이되는 에너지를 무시하고 단열적으로 연성 되는 즉, 고차나 저차 모드로의 전이가 없는 Cross-Coupling을 하는 방법이다. 이 방법은 Pierce에 의해 처음 수중음향에 도입되었고 더 공식적인 유도는 Weinberg와 Burridge에 의해서 행해졌다.

2.3.2 정상모드 수치모델 - KRAKENC

가. 개 요

1980년 Porter에 의해 만들어진 KRAKEN은 scadinavia 지방의 바다괴물이라는 말로 정상모드 모델을 더욱 정확하고 효과적으로 만들기 위해 개발된 것이다. 거리독립 환경에만 적용가능 한 것이 단점이었으나 이 후 꾸준한 기술개발로 Adiabatic Mode와 Coupled Mode 옵션이 추가되어 현재는 거리종속 영역에 적용이 가능해졌다. 본 연구에 사용될 KRAKENC는 주 프로그램인 KRAKEN을 복소영역까지 확

장한 것으로 매질의 감쇠를 효과적으로 해석할 수 있는 모델이다.

KRAKENC 모델은 거의 완전해를 제공하므로 매우 효과적이나 정상모드 이론을 복소영역 적분 방법으로 해석할 때 도입된 가정으로 음원으로부터 거리가 수심의 5 10배가 될 때부터 정확한 해를 제공하게 된다.

나. 프로그램 구성 및 실행

KRAKENC 프로그램은 모드를 계산하는 주 프로그램과 계산된 모드로 음장을 계산하는 FILED 영역으로 나뉜다. 또한 그래픽 패키지도 구성되어 있어 목적에 따라 결과를 효과적으로 도시할 수 있는데 본 논문에서는 거리에 따른 전달손실을 구할 수 있는 PLOTTLR 프로그램을 사용하였다.

모드 계산	KRAKEN	주 프로그램으로 모드 계산
	KRAKENC	KRAKEN 모델을 복소영역으로 확대
PLOT	PLOTSSP	수직 음속분포를 표현
	PLOTMODE	선택된 모드를 표현
	PLOTGRN	Green 함수를 표현
	PLOTTLR	거리에 따른 전달손실을 표현
	PLOTTLD	수심에 따른 전달손실을 표현
	PLOTTRI	3D 음장계산에 쓰인 삼각요소를 표현
음장 계산	FIELD	음압장 계산
	FIELD3D	3D 음압장 계산

Table 2.6 KRAKEN 프로그램의 구성표

2. 4 포물선 방정식 이론 및 모델

포물선 방정식 법은 거리의존 환경에서 전진파 만을 고려하여 해를 구하는 방법

으로 환경변수가 수평방향에 대해 의존적인 음장을 예측하는데 적합한 수치모델이다. 1940년대 중반 대기권의 전자파 전달연구에 도입된 이후 수중음향학에는 1970년대 F. D. Tappert와 R. H. Hardin에 의해 처음 적용되었다.

2.4.1 포물선 방정식 수치이론

가. 기본이론 유도

PE 방법 역시 이론의 기초는 Helmholz 방정식(식(2.1.3))에서 시작하는데 여기에 원통형좌표계(r, ρ, z)를 적용하고 밀도일정, 시간 종속인 조화 점음원, 방위각대칭 ($\rho = 0$)을 가정하면,

$$\frac{\partial^{2} p}{\partial r^{2}} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^{2} p}{\partial z^{2}} + k_{0}^{2} n^{2} p = 0 \qquad (2.4.1)$$

여기서, $p(r, z)$: 음압, $k_0 = \frac{w}{w_0}$: 기준파수, $n(r, z) = \frac{c_0}{c(r, z)}$: 굴절률이다.

이런 주파수영역 파동방정식을 포물선 방정식으로 유도하는 방법은 여러 가지가 있으나 일반적으로 Tappert의 방법을 이용한 것을 표준 포물선 방정식(Standard Narrow Angle Equation)이라 한다.

식(9)의 해석과정에서 $H^{(1)}$는 아주 짧은 거리에서 정상파를 표현할 때만 중요하므로 무시하고 그 해를 아래와 같이 가정하는데 이는 단일 Adiabatic NM모델의 outgoing cylindrical 파동 해와 같다.

$$P(r, z) = \Psi(r, z) \cdot H_0^{(2)}(k_{0,} r) \qquad (2.4.2)$$

여기서, $\Psi(r, z)$는 거리에 따른 변화가 완만하다고 가정하면 Bessel 미분방정식을 만족하는 Hankel 함수가 만들어진다.

$$\frac{\partial^2 H_0^{(1)}(k_0 r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_0^{(1)}(k_o r)}{\partial r} + k_0^2 H_0^{(1)}(k_0 r) = 0 \qquad (2.4.3)$$

여기서, $H_0^{(1)}(k_0 r) \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 r}}\, e^{i\left(k_0 r - \frac{\pi}{4}\right)}$ 이다.

위 식을 식(2.1.3)에 대입하면 아래와 같이 단순화 된 Helmholz 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + 2ik_0 \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + k_0{}^2(n^2 - 1)\Psi = 0 \quad (2.4.4)$$

여기에 협소각 또는 축근방 근사법을 도입하면 Tappert의 표준 PE가 유도된다.

$$\frac{\partial \Psi}{\partial r} = \frac{ik_0}{2}\left((n^2 - 1) + \frac{1}{k_0^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Psi \quad (2.4.5)$$

그러나 표준 PE의 경우 10-20° 보다 각이 클 경우 큰 오차가 발생해 최근에는 큰 각 에서도 계산이 가능한 Pade 급수 전개법(거의90° 까지 허용)이 제안되어 각광 받고 있다. 이렇게 만들어진 PE를 수치적으로 해석하기 위해서는 Split-step Fourier Algorithm, IFD, OED의 방법이 쓰이고 있는데 근본적으로 PE 모델은 후방산란을 무시하기 때문에 거리에 따른 환경변화가 적은 곳에서 적용이 가능하다.

나. 일반화된 유도

위에서 보인 표준 PE가 작은 각에서만 유용한 것을 보완하기 위해 보다 큰 전파각 에서도 안정적인 결과를 보이는 방정식을 유도하는데 이 방정식은 인수 형식(operator formalism)에 기초한 일반화된 포물선 방정식이다.

먼저 두 개의 인수를 아래와 같이 정의한다.

$$P = \frac{\partial}{\partial r}, \quad Q = \sqrt{n^2 + \frac{1}{k_o^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial r^2}} \quad (2.4.6)$$

이 두 인수를 간단화된 elliptic 파동방정식에 대입하고,

$$[P^2 + 2ik_o P + k_o^2(Q^2 - 1)]\Psi = 0 \quad (2.4.7)$$

전진파(outgoing)와 후퇴파(incoming)로 인수 분해하면 아래와 같다.

$$(P + ik_o - ik_o Q)(P + ik_o + ik_o Q)\Psi - ik_o[P, Q]\Psi = 0 \quad (2.4.8)$$

여기서, $[P, Q]\Psi = PQ\Psi - QP\Psi$ 이다.

(가정 1) RI 환경 ($n = n(z)$) → $[P, Q]\Psi = 0$

RD 환경 ($n = n(r, z)$) → $[P, Q]\Psi$ 은 무시가능

(가정 2) 후퇴파 항만 선택 (후방산란 무시) → $P + ik_o - ik_o Q = 0$

이 두 가정을 위 식에 대입, 정리하여 아래의 한 방향 파동방정식을 유도한다.

$$P\Psi = ik_o(Q - 1)\Psi$$

또는, $$\frac{\partial \Psi}{\partial r} = ik_o\left(\sqrt{n^2 + \frac{1}{k_o^2}\cdot\frac{\partial^2}{\partial z^2}} - 1\right)\Psi \qquad (2.4.9)$$

이 방정식은 RI 환경에 대한 원거리 근사의 한계 내에서는 정확하고 RD 환경은 물론 다양한 PE의 근사 형태를 유도하기 위한 기초를 제공할 수 있다. 이 중 Q에 대한 근사 형태의 결과로부터 'r'에 대한 1차 편미분 방정식 같은 형태로 변환하는 방법이 있는데 이를 Square-Root Operator 전개법이라 한다.

1) Square-Root Operator 전개법

유도의 편리를 위해 약자로 표현하면 아래와 같다.

$$\varepsilon = n^2 - 1, \qquad \mu = \frac{1}{k_o^2}\cdot\frac{\partial^2}{\partial z^2} \qquad (2.4.10)$$

$$\therefore\ Q = \sqrt{\varepsilon + \mu + 1} = \sqrt{q + 1} \qquad (2.4.11)$$

여기서, $Q = \sqrt{q+1}$ 는 Tayler 급수전개 $= 1 + \frac{q}{2} + \frac{q^2}{8} + \frac{q^3}{16} + \cdots$ 로 표현 될 수 있어 포물선 방정식을 풀 수 있다. ($|q| < 1$: 전개의 수렴을 위한 필요조건)

(가정 1) 평면 파동해 → $\Psi = e^{i(k_r r \pm k_z z)}$

(가정 2) 확산관계(dispersion relation) → $k^2 = k_r^2 + k_z^2$

(가정 3) 수평입사 전파각 → $\sin\theta = \pm \frac{k_z}{k}$

(가정 1)을 사용하면 $\mu = -\frac{k_z^2}{k_o^2}$, 또는 $\mu = -n^2 \sin^2\theta$ 이 되고 여기에 snell 법칙 $\left(\frac{\cos\theta_0}{\cos\theta} = n\right)$을 적용하여 아래 식을 만든다.

$$\therefore\ q = (n^2 - 1) - n^2 \sin^2\theta_o = -\sin^2\theta_o \qquad (2.4.12)$$

만약 c_0 가 음원에서의 음속과 동일하고 q가 오직 음원 방사각의 함수임을 가정하면, 수평 전파문제에서 그 크기가 작고, $q = 0$ 주변의 $\sqrt{1+q}$ 는 축근방 근사와 동일하다.

Taylor 급수의 첫 2항만을 고려하면 아래와 같이 square-root operator의 근사형태가 만들어진다.

$$\begin{aligned} Q &\simeq 1 + \frac{q}{2} \\ &= 1 + \frac{1}{2}(\varepsilon + \mu) = 1 + \frac{1}{2}\left((m^2 - 1) + \frac{1}{k_0^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \end{aligned} \qquad (2.4.13)$$

다시 위 식을 식(2.4.9)에 대입하여 정리하면,

$$\frac{\partial \Psi}{\partial r} = \frac{ik_0}{2}\left((m^2 - 1) + \frac{1}{k_0^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Psi \qquad (2.4.14)$$

위 식은 앞에서 유도한 표준 PE 와 동일한 방정식으로 좀 더 나은 PE 근사의 공식화를 위해 Square-root operator의 급수전개를 기초로 하였다. 원칙적으로는 Taylor 급수의 항을 어느 정도 보유해야 하지만 q 항의 존재 자체가 식의 복잡성을 야기해 첫 두 항만 다루었다. 이 외에도 Square-root operator의 유리 근사 함

수(rational function approximation)방법도 매우 효과적이라고 증명되어 있다.

2) 유리 근사 함수

표준 PE가 협소각에서만 사용 가능한 것을 보완하기 위해 광대역 확장법을 사용하는데 이를 위한 방법으로 아래의 방법이 있다.

가) tayler 급수에서 고차항까지 사용

→ 고차로 갈수록 수치계산이 복잡하다.

나) 유리함수 근사법 사용(Q)

근사의 일반식은, $\sqrt{1+q} \simeq \frac{a_0 + a_1 q}{b_0 + b_1 q}$ 이다. (2.4.15)

주어진 각도의 범위 내에서 오차를 최소화하도록 계수를 결정하는데 보통의 PE 실행과 관계하여 세 가지 다른 계수를 아래에 보였다.

허용 각도	개발자	a_0	a_1	b_0	b_1	$\sqrt{1+q}$
협각	Tappert	1	0.5	1	0	$1+0.5q$
광각	Claerbout	1	0.25	1	0.25	$\frac{1+0.75q}{1+0.25q}$
초광각	Greene	0.99987	0.79624	1	0.30102	$\frac{0.99987+0.79624q}{1+0.30102q}$

Table 2.7 유리함수 근사법의 계수결정에 따른 허용각도

식(2.4.9)과 식(2.4.15)에서 선형 유리 근사 형태의 방정식을 얻을 수 있다.

$$A_1 \frac{\partial \Psi}{\partial r} + A_2 \frac{\partial^3 \Psi}{\partial z^2 \partial r} = A_3 \Psi + A_4 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \quad (2.4.16)$$

위 식은 기존 PE를 효율적으로 압축한 형태로 FD방법이나 FE의 방법으로 해석

이 될 수 있고, $A_2 = 0$인 Tappert 방정식이 되면 Split-Step Fourier 방법으로만 해석이 가능해 진다.

여기까지는, 주 전파방향의 각이 ±40° 내에서 정밀성을 가지는 PE 근사법을 알아보았는데 요즘은, $\sqrt{1+q}$ 에 대하여 다른 유리 함수의 표현을 적용해 더 큰 각의 PE 근사를 유도한다. 이중, 광각 pade 급수 전개법은 Halpern & Trefethen에 의해 발견되어 최근 가장 각광받는 방법이다. 주 전파방향에서 높은 정밀도를 보이고 수치실행의 효용성에서도 우수하지만 위상오차를 줄이는 데는 부적합하다.

3) Pade 급수 전개에 기초한 초광각 PE

Bamberger et al 에 의해 제기되고 collins에 의해 처음 실행되었다.

$$\sqrt{1+q} = 1 + \sum \frac{a_{j,m}q}{1+b_{j,m}q} + O(q^{2m+1}) \qquad (2.4.17)$$

가) 1항의 합 : Claerbout 방법과 동일하다. 따라서 pade 급수전개의 방법은 Claerbout에 의해 유도된 표준 40° PE 경우를 포함한다.

나) 2항의 합 : 55° 까지 적용 가능하다.

더 많은 항을 적용할수록 허용각은 거의 90° 까지로 늘어날 수 있지만, Collins는 대부분의 해양환경에서 5개의 항 이하를 적용하는 것이 적합하다고 한다.

식 (2.4.17)을 식 (2.4.9)에 대입하여 얻어지는 아래의 식은,

$$\frac{\partial \Psi}{\partial r} = i k_0 \left[\sum \frac{a_{j,m}\left(n^2 - 1 + \frac{1}{k_0^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)}{1 + b_{j,m}\left(n^2 - 1 + \frac{1}{k_0^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)} \right] \Psi \qquad (2.4.18)$$

FDM 이나 FEM 으로 해석이 가능하고 광각 전파에 따르는 위상오차를 제거하는 PE 근사의 방법이다.

더욱 완전한 식을 위해 Split-Step Fourier 해석 기술에 기초한 PE 코드에 널리 쓰이고 있는 최종 Operator Splitting을 고려한다.

$$Q = \sqrt{1+\varepsilon+\mu} \qquad (2.4.19)$$

(가정) $q = \varepsilon + \mu \ll 1$

Tappert에 의해 ε 이 작으면 굴절률의 변화가 작고 μ 가 작으면 전파각이 작아짐을 알고, Feit and Fleck에 의해 splitting이 제안되고, Thomson and Chapman에 의해 수중음향에 적용된 방법을 사용한다.

$$Q = \sqrt{1+\mu} + \sqrt{1+\varepsilon} - 1 \qquad (2.4.20)$$

이것은 균질매질 ($\varepsilon = 0$)에서 정확한 splitting이 일어나고 실제로 굴절률이 적당히 변하는 해양의 음향환경에서의 광각 전파에 양호한 결과를 보일 수 있다.

식(2.4.20)를 (2.4.9)에 대입하면,

$$\frac{\partial \Psi}{\partial r} = i k_0 \left(n - 2 + \sqrt{1 + \frac{1}{k_0^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2}} \right) \Psi \qquad (2.4.21)$$

이 되고 이로부터 이상화된 방정식인 LOGPE를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \Psi}{\partial r} = i k_0 \left\{ \ln n + \frac{1}{2} \ln \left[\cos^2 \left(\frac{i}{k_0} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \right) \right] \right\} \Psi \qquad (2.4.22)$$

Berman et al 에 의해 제안되었고 Split-Step으로 해석되는 이 식은 표준 PE보다 더 작은 위상오차를 가져 더 큰 각도도 고려가 가능하다 그러나 모든 광각 PE 근사는 FD나 FE 방법에 의한 해가 필요해 지는데 이런 근사에도 불구하고 선형 음향의 기초적인 상반원리를 만족한다.

2.3.2 포물선 방정식 수치모델 - RAM

RAM(Range dependent Acoustic Model)은 유체매질에 적용 가능한 모델로 1996년 Michael D. Collins에 의해 개발되었고 이후 탄성매질에도 적용 가능한 RAMS가 만들어졌다. RAM은 Split-Step Pade Solution을 기초로 한 가장 효과적인 PE 알고리즘으로 큰 전파각을 허용하는 수치모델이다. 초기상태 또는 초기음장은 self-starter를 사용하여 만들어지는데 이는 포물선 방정식 법에 기초한 정확하고 효과적인 근사법이라 할 수 있다. 이 방법은 반복적으로 삼각 대각행렬을 풀어 수

치해를 구하는 것으로 RAM 프로그램의 주요한 항목이고 다양한 깊이를 가지는 해양문제에서 효과적이다.

2.3.1장에서 구한 포물선 방정식의 해를 구하기 위해 여러 방법들이 쓰이는데 본 논문에서 쓰일 RAM은 Split-Step Fourier Algorithm을 이용한 것이다.

Split-Step Fourier Algorithm :

해수면에서 자유수면, 해저면에서 임의의 zero 경계조건 등을 가정한 순수한 초기치 문제에서는 효과적이나 해저와의 상호작용이 클 경우에는 여러 가지 문제를 야기 시킨다 (유체와 해저 경계면에서의 음속 및 밀도의 불연속, 퇴적층의 P파 속도의 급격한 경사율, 퇴적층의 강성에 의한 전단파의 생성 등)

3. 벤치마크 내용 및 방법론

3. 1 벤치마크의 목적 및 내용

L. B. Felsen은 벤치마크를 '모델의 질적 평가를 위한 선택사항' (An Option For Quality Assessment)이라 하고, 대부분의 분석이 정확하거나 부정확 할 수도 있는 가정을 동반하는 것에 대하여 '정직성'(Honestly)에 대한 의무를 언급했다. 즉, 벤치마크는 주어진 모델의 일반적인 확인과정임과 동시에 질적으로 평가하는 작업이라 할 수 있다. 과거에 컴퓨터의 성능문제로 사용되지 못하던 여러 수치이론들이 컴퓨터의 발달로 재개발되고 사용됨에 따라 컴퓨터를 이용한 수치결과에 대하여 과연 "믿을 만 한가"하는 물음이 제기되었다. 사용자가 특별한 주의를 기울여 모델을 실행시켰다 해도 적용된 많은 가정과 근사법으로 인해 결과에 대한 신뢰를 가질 수가 없는데 벤치마크는 이를 해결하기 위한 것으로 궁극적으로는 "수치결과의 신뢰도 향상"을 그 목적으로 한다.

파동방정식의 해를 유도하는 과정에 여러 수치이론들이 적용되어 수치모델들이 만들어지는데, 만들어진 수치모델들은 도입된 여러 가정과 근사법에 따라 적용이 가능한 환경이 각기 다를 수밖에 없고 여러 가지 벤치마크 방법으로 이를 해결할 수 있다. 모델들에 적용된 여러 가정 및 근사법을 잘 이해하고, 물리현상을 잘 설명 할 수 있게 정규화된 입력요소들을 사용하는데 주의를 기울임으로써 1차 적인 벤치마크를 수행한다고 할 수 있다. 1차 적인 벤치마크가 모델 자체에 대한 평가, 즉 모델운용을 제대로 했는가 하는 부분이라면 2차 적인 벤치마크는 해당 환경에서 정확한 결과를 낼 수 있는 모델을 얼마나 잘 선택하는가 하는 문제로 그 선택의 기준마련을 위해 필요한 작업이다.

3. 2 벤치마크 방법론

벤치마크의 방법론이 대두된 것은 1987년 제113회 미 음향학회에서였다. 미리 정해놓은 거리종속 환경에 대한 평가를 위해 여러 방법들이 제시되었는데 이것이 오늘날 벤치마크의 근간이 되어 쓰이고 있다. 아래 표에서 보여지는 방법들은 1990년 미 음향학회지에 발표된 내용을 요약, 정리한 것으로 대부분의 벤치마크가 아래의 방법들로 이루어지고 있지만 사용환경이나 목적에 따라 적용 가능한 방법이 제한되어 있어 앞으로 다른 방법론의 개발이 요구되고 있다.

아래의 방법론들 중 '상반원리의 적용' 부분은 모델사용에 있어 운용의 정확성을 확인하기 위한 자가평가의 한 방법이다. 또한 수치모델의 특정요소(예, self-starter 결정 등)를 결정하는데 쓰이기도 한다. 하나의 수치 모델에 여러 가지 가정이나 근사 또는 기타 방법들이 도입될 수 있는데 이 방법들은 제 각기 고유특성을 가지고 있어 환경에 적합한 방법을을 선택하기가 쉽지 않다. 이때 환경에 특정요소를 상반원리를 적용해서 결과를 얻고, 얻은 결과들 중 음원과 수신기의 위치변화에 따른 차이가 가장 작은 방법을 선택하는 것이 좋다. 거리종속 모델일 경우 거리독립 환경에 대한 분석적인 기준해와 비교하는 방법이 있는데 실제적으로 기준해를 얻기가 어려워 잘 쓰이지 못한다. 거리의존 환경에서 검증된 벤치마크해와 비교하는 방법은 공식적으로 검증받은 결과들을 벤치마크의 기준으로 삼는 방법으로 상호모델 비교의 방법과 함께 많이 쓰이고 있다.

방법론의 종류	내 용
분석적인 기준해와 비교	RI환경에서 분석해가 존재할 경우에 적용.
상반원리의 적용	모델의 자가평가를 위함.
에너지보전의 적용	
벤치마크해와 비교	RD환경에서 벤치마크 해가 존재할 경우.
모델 상호간의 비교	

Table 3.1 벤치마크 방법론의 종류

상호모델 비교의 방법은 동일한 환경과 조건에서 각 모델을 실행시킨 결과를 비교해 보는 방법으로 적용가능 범위를 가늠하는데 유용하다. 상호모델 비교의 방법

은 주파수, 수신기/음원의 위치, 음속분포, 바닥의 매질(감쇄계수, 밀도)등 필요한 부분에 따라 조건을 변화시켜가며 서로 비교하게 된다. 이를테면, 주파수별로 각 모델을 실행시킬 경우, 기준모델에 대한 차이의 정도로 모델의 적합도를 판단할 수 있는 것이다. 또한, 한 개의 모델에 대해 비슷한 여러 환경들을 적용시켜 얻은 결과로부터 모델의 특성 및 평가가 가능하기도 하다.

본 논문에서도 상반원리의 적용, 상호모델 비교, 벤치마크 해와 비교의 방법을 사용하여 벤치마크 하였다.

3. 3 벤치마크의 추진과정 및 연구내용

3.3.1 추진과정

가. 1981 NORDA Parabolic Equation Workshop (MS)

처음으로 벤치마크가 도입된 것은 1981년 NORDA에서 개최된 PE 워크샵 에서였다. 여기서 저주파의 전달문제를 여러 수치코드로 해석해 기준해(reference solution)가 증명되었고, 이 포물선 방정식 실험 문제는 이후 8여 년에 걸쳐 학회에서 널리 사용되어져 왔고, 이후 관련 문제가 미 음향학회(ASA)로 넘어가면서 좀 더 조직화된 벤치마크가 행해졌다.

나. 1986 IMACS Symposium (Yale Univ. New Haven, CT)

포물선 방정식 코드에 대한 적용을 제외하고 전체 수치코드에 대한 벤치마크가 처음 제기된 것은 1986년 IMACS 심포지움의 L. B. Felsen에 의해서였다. 여기서는 분석적이고 과학적인 수치실행의 측면에서 전망을 제시하고, 벤치마크의 구성능력과 유용성에 대한 논의가 있었다.

다. 1986 112th ASA meeting (Anaheim, CA)

이때부터 미 음향학회로 벤치마크 문제가 넘어왔고, L. B. Felsen에 의해 수치코드의 질적 평가에 대한 부분이 제기되었다. 그 결과 수중음향 분과에 수치코드와 벤치마크 각각에 대한 특별 session이 만들어져 좀 더 구체화되고 조직화된 형식의 벤치마크가 논의되었다.

라. 1987 113th ASA meeting (Indianapolis, IN)

좀 더 구체적인 '수치모델의 질적 평가'에 대한 논의가 이루어 졌고 이미 결정되어있던 거리종속 환경에 대해 방법론의 제시와 함께 그 해석이 이루어 졌다.

	1981	1986. 8.	1986. 11.	1987. 5.
회의	NORDA PE 연구회	IMACS 심포지움	제 112차 ASA 회의	제 113차 ASA 회의
분야	PE 코드	Computational Acoustics	수중 음향	수중 음향
내용	PE 코드검증	‣ 첫 번째 벤치마크 회의 ‣ 벤치마크의 구성 능력과 유용성 토론	‣ 구체화되고 조직화된 형식의 벤치마크 논의 Ⅰ: Code Ⅱ: Benchmark	‣ 벤치마크의 방법론 제시 ‣ RD 벤치마크 문제에 대한 해석

Table 3.2 벤치마크의 역사

3.3.2 연구 내용

아래에 보일 연구내용은 1987년 제 113차 ASA 회의에서 발표된 것을 게재한 JASA 논문을 발췌, 정리한 것이다. (J. Acoust. Soc. Am. 87(4), April 1990)

[1] L. B. Felsen, "Benchmarks : An option for quality assesment,"

pp1497-1498

L.B.Felsen **은 처음으로 벤치마크의 필요성을 언급했던 사람으로 벤치마크의 역사와 과정 그리고 필요성 대하여 말하였다**.

[2] Finn B. Jensen and Carlo M. Ferla, "Numerical solutions of range-dependent benchmark problems in ocean acoustics," pp 1499-1510

1. **벤치마크 문제**

A. **쐐기형태 도파관** (Wedge-shaped wave guide)

(**실험** 1) **완전 반사체 바닥**, 2-D **환경**(**선 음원**) : **분석해가 존재할 경우 사용한다**.

(**실험** 2) **침투 가능한 무 손실 유체바닥**, 3-D **환경**(**점 음원**)

(**실험** 3) **침투 가능한 손실 유체바닥**, 3-D **환경**(**점 음원**)

B. **평면평행 도파관** (Plane-parallel wave guide)

(**실험** 4A) **저주파** (25Hz), **천해** (500m)

(**실험** 4B) **고주파** (100Hz), **심해** (3Km)

2. **수치 모델**

적용모델 : Couple, IFDPE, PAREQ

3. **결과**

Couple**을 기준모델로 모델 상호간의 결과를 비교했다**

[3] Michael J. Buckingham and Alexandra Tolstoy, "An analytic solution for benchmark problem 1 : The ideal wedge", pp 1514-1520

위 벤치마크 문제에서 (**실험** 1)**의 경우에 대한 분석해를 제공한다**.

[4] David J. Tomson, "Wide-angle parabolic equation solutions to two range-dependent benchmark problem," pp 1514-1520

(**실험** 3), (**실험** 4A), (**실험** 4B)**에 대한 해를 아래의 방법으로 계산하여** Couple

(한 방향), SNAP모델과 비교.

(1) IFDPE (implicit Crank-Nicolson solution)

(2) PAREQ

[5] David J. Thomson, Gary H. Brooke, and John A. DeSanto, "Numerical implementation of a modal solution to a range-dependent benchmark problem," pp 1521-1526

(실험 4A), (실험 4B)에 대한 해를 DeSanto 이론으로 계산하여 Couple(한 방향), SNAP모델과 비교

[6] Ralph A. Stephen, "Solution to range-dependent benchmark problems by the finite differnce method," pp 1527-1534

(실험 1), (실험 2), (실험 3), (실험 4A)에 대한 해를 explicit FDM 방법으로 계산하여 Couple (한 방향)모델과 비교.

[7] Michael D. Collins, "Benchmark calculations for higher-order parabolic equations," pp 1535-1538

모든 경우에 대해 PE를 사용하여 벤치마크함.

[8] Evan K. Westwood, "Ray model solutions to the benchmark wedge problems," pp 1539-1545

(실험 2), (실험 3)에 대해 Ray모델과 Couple(양방향)모델과 비교.

4. 벤치마크 수치실험

본 논문의 수치실험은 궁극적으로 각 모델의 적용범위에 대한 지침을 마련하고자 하는데 있다. 이를 위한 실험 항목으로는 주파수변화, 음원/수신기의 위치변화, 음속변화, 거리종속/거리독립환경, 바닥의 성질 변화에 따른 전달손실 결과를 비교하는 방법 등이 있는데 이 중에서 주파수변화와 음원/수신기의 변화에 따른 결과를 분석하고자 한다. 벤치마크 방법은 OASES를 기준모델로 둔 상호모델 비교의 방법을 택하였고 완전해를 제공하는 각 모델에 대한 자가평가로 상반원리를 적용하였다.

거리종속 환경에서는 적용범위에 대한 지침마련에 앞서 모델의 적합성 및 정확성의 평가가 선행되어야 하는데 이를 위해 KRAKENC와 RAM 모델을 JASA 논문과 Web의 벤치마크 해와 비교하였다.

4. 1 상반원리의 적용

4.1.1. 상반원리의 개념

상반원리는 물리탐사에서 송신 시스템(음원)과 수신 시스템(수신기)의 역할이 서로 바뀌어도 반응은 동일하다는 원리이다. 이때 대상 매질은 선형성을 가지고 있어야 한다. 음원과 수신기가 바뀌었다고 말해질 때 이것은 단지 바뀌진 스칼라 크기를 갖는 것을 의미하는 것으로 이때의 방사경향(radiation pattern)은 매질에 속한 것으로 간주해 같은 위치에 고정되어 있는 것으로 본다. 이 원리는 주로 계산의 이득을 얻거나 데이터 수집을 단순하게 하는데 사용된다.

4.1.2. 상반원리의 유도

파동 문제를 단순화하기 위해 아래와 같이 평면장을 가정한다.

아래 표의 평면유체에서 식(4.3)를 식(4.2)에 대입하면 아래와 같은 시간영역 Helmholz 파동 방정식이 만들어진다.

$$\frac{d^2\phi}{dy^2} + \frac{4\pi^2}{\lambda^2}\phi(y) = 0 \qquad (4.1)$$

	완전 유체	평면 유체
파동 방정식	$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}\right)$	$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}$ (4.2)
해	$p(x, y, z, t) = \phi(x, y, z) \cdot \cos 2\pi f t$	$p(y, t) = \phi(y) \cos 2\pi f t$ (4.3)

Table 4.1 완전유체와 평면유체의 파동방정식과 그 해

(가정 1) $y = 0$, $y = L$ 이 경계면이고, 아래의 세 경계조건을 모두 만족한다.

① $y = 0$ 와 $y = L$ 에서 $\Rightarrow$ $p = 0$

② $y = 0$ 에서 $\Rightarrow$ $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$

$y = L$ 에서 $\Rightarrow$ $p = 0$

③ $y = 0$ 와 $y = L$ 에서 $\Rightarrow$ $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$

(가정 2) $y = a$ 에 음원이 있다고 하면,

$$\frac{d^2\phi_a}{dy^2} + k^2(y)\,\phi_a = A(y) \qquad (4.4)$$

여기에서,

$\phi_a(y)$: 매질의 각 지점에서 압력을 의미하는 것으로 $y = a$ 근처에서 식(4.3)을 만족한다.

$A(y)$: $y = a$의 근접한 거리에서 가장 큰 값을 가지고 벗어나면 zero의 값을 가진다.

$y = a$ **에서의 음원의 크기는 식**(4.5)**와 같다**.

$$S_a = \int_0^L A(y)\,dy = \int_{a-\delta}^{a+\delta} A(y)\,dy \tag{4.5}$$

(**가정** 3) $y = b$ **에 음원이 있다고 하면**,

$$\frac{d^2\phi_b}{dy^2} + k^2(y)\,\phi_b = B(y) \tag{4.4'}$$

$$S_b = \int_{b-\delta}^{b+\delta} B(y)\,dy \tag{4.5'}$$

식(4.5)**와 식**(4.4'), **식**(4.5)**와 식**(4.5')**를 정리하면**,

$$\phi_a \frac{d^2\phi_b}{dy^2} - \phi_b \frac{d^2\phi_a}{dy^2} = \phi_a B - \phi_b A$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d}{dy}\left(\phi_a \frac{d\phi_b}{dy} - \phi_b \frac{d\phi_a}{dy}\right) = \phi_a B - \phi_b A \tag{4.6}$$

식(4.6)**을** $y = 0$ **와** $y = L$ **사이의 완전한 유체에 대하여 적분하면**,

$$\left(\phi_a \frac{d\phi_b}{dy} - \phi_b \frac{d\phi_a}{dy}\right)_0^L = \int_0^L (\phi_a B - \phi_b A)\,dy \tag{4.7}$$

여기에서, $y = 0$**와** $y = L$ **에서** $\phi = 0$**와** $d\phi/dy = 0$**이므로**, **식**(4.7)**을 정리하면 아래와 같다**.

$$\therefore \quad \int_0^L (\phi_a B - \phi_b A)\,dy = 0 \tag{4.8}$$

식 (4.4')**에 의해서** $y = b$ **근처를 제외하고는** $B = 0$**이므로**, **아래와 같이 쓸수 있다**.

$$\int_0^L \psi_a B\, dy = \psi_a(b) \int_{b-\delta}^{b+\delta} B\, dy = \psi_a(b)\, S_b \qquad (4.9)$$

또는,

$$\int_0^L \psi_b A\, dy = \psi_b(a) \int_{a-\delta}^{a+\delta} A\, dy = \psi_b(a)\, S_a \qquad (4.10)$$

따라서 식(4.7)을 다시 정리하면,

$$S_b \psi_a(b) - S_a \psi_b(a) = 0 \qquad (4.11)$$

이때, 만약 두 개의 음원이 같은 크기를 가진다면, $S_a = S_b$ 이고, $\psi_a(b) = \psi_b(a)$ 이 되어 상반원리를 만족하게 된다.

4.1.3. 상반원리의 적용 및 결과

가. 환경 및 제원

적용하게될 환경은 미 해양연구소의 Public Domain에서 내려 받은 Calibration 환경으로 거리에 따라 수심의 변화가 없는 RI환경이고 음원에서의 전체수심이 100m로 일정하다. 사용된 모델은 파수적분 이론의 OASES, 정상모드 이론의 KRAKENC, 포물선방정식 이론의 RAM이고, 주파수는 80Hz, 음원과 수신기를 각각 10m와 90m에 위치시켰다.

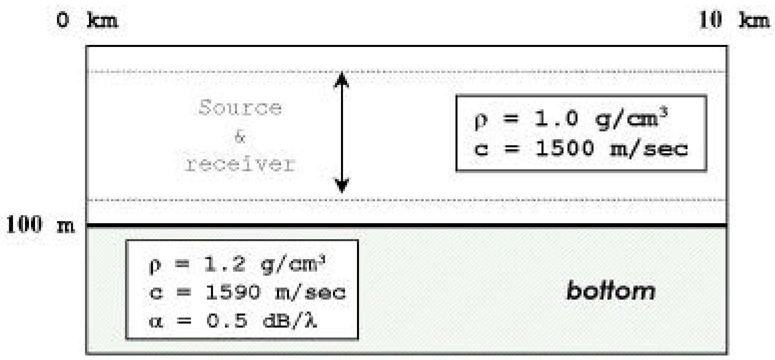


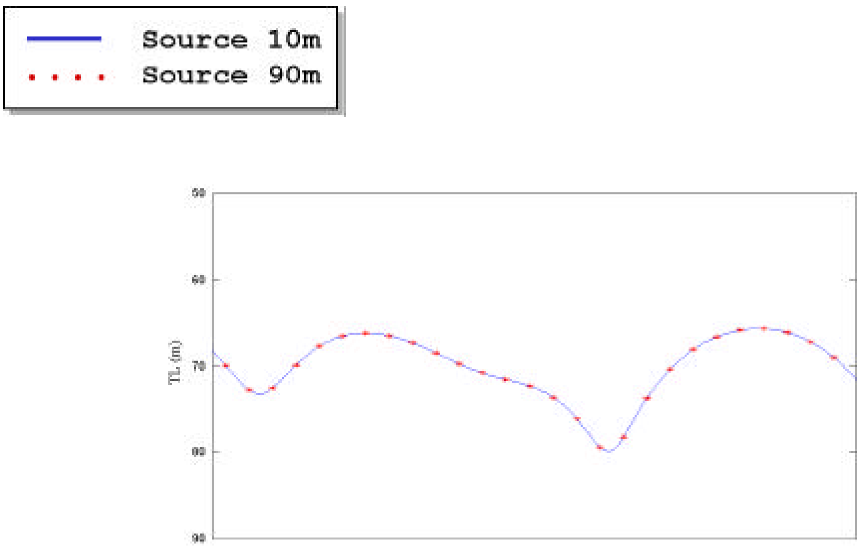
Fig. 4.1 상반원리의 적용을 위한 Calibration 환경

	해수중	해저면	해수면
음속 (Sound Speed)	1500 m/s	1590 m/s	
밀도 (Density)	1.0 g/cm^3	1.2 g/cm^3	자유 수면
감쇠 (Attenuation)	0.0 dB/λ	0.5 dB/λ	

Table 4.2 **상반원리의 적용을 위한 환경 재원**

나. 상반원리 적용결과

아래의 Fig. 4.2 **를 보면 각 모델 별로 상반원리를 적용했을 때 그 결과가 정확히 일치하는 것을 알 수 있다. 이는 모델의 운용이 제대로 이루어 졌음을 의미하는 것으로 일차적인 벤치마크가 수행된 것이다. 아래에 보인 그림은 전체** 10 km**에 대한 결과 중 보기의 용이성을 위해임의의 거리를 선택해서 도시하였다.**



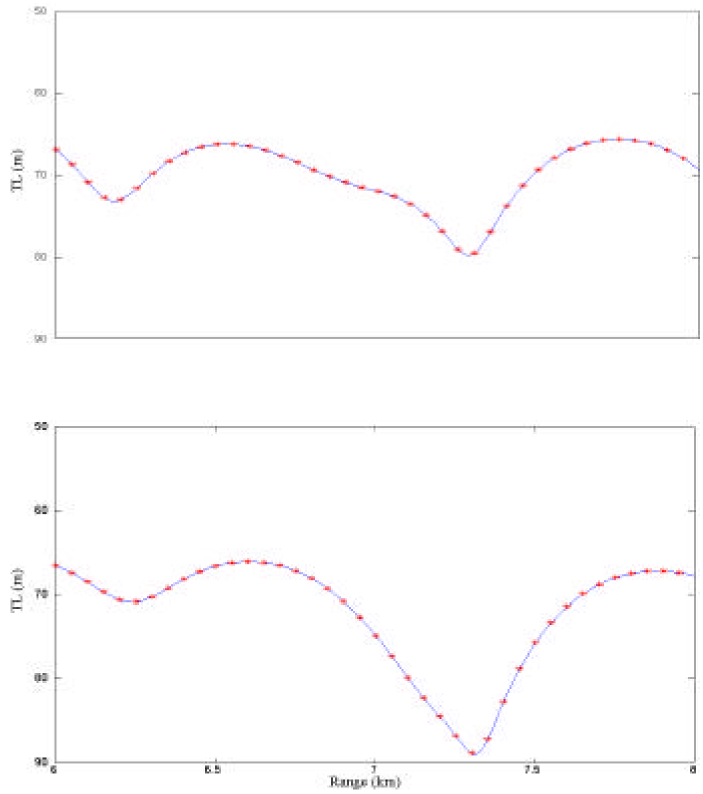


Fig.4.2 **모델별 상반원리의 적용 결과**

4. 2 상호모델 비교의 방법

4.2.1. 거리독립 환경에서 주파수별 전달손실

모델별로 사용 가능한 주파수의 범위를 선택하기 위해 상호비교의 방법으로 각 모델을 분석하였다. 벤치마크를 위해 사용된 모델은 파수적분 이론의 OASES, 정상모드 이론의 KRAKENC, 포물선방정식 이론의 RAM 이다.

가. 환경 및 재원

거리독립 Calibration 환경으로 상반원리의 적용환경과 같고 환경 재원도 Table

4.2와 같다.

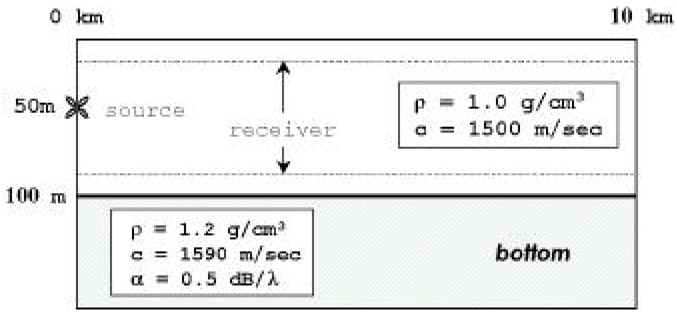


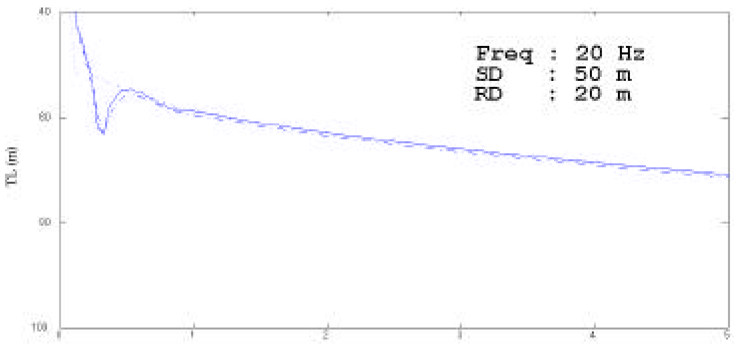
Fig. 4.3 주파수별 상호모델 비교를 위한 Calibration 환경

주파수	20 1280 Hz
음원 깊이	50 m
수신기 깊이	20 m , 80 m
전체 계산거리	10 km

Table 4.3 주파수별 상호모델 비교를 위한 벤치마크 문제

나. 적용 결과

20Hz에서 1280Hz까지 옥타브레벨로 주파수를 증가시켜가며 모델을 실행시켰고 총 6개의 주파수에 대한 결과를 아래에 도시하였다.



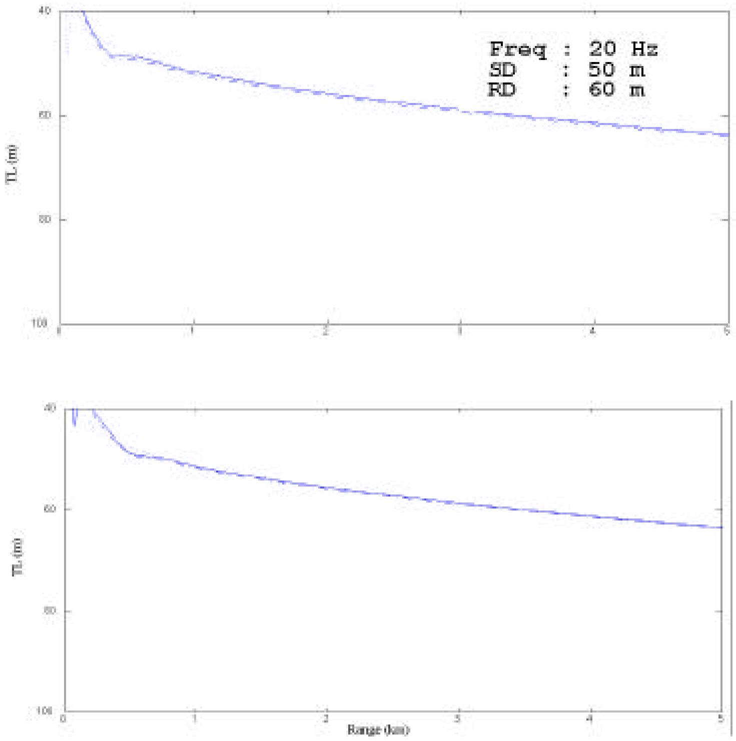
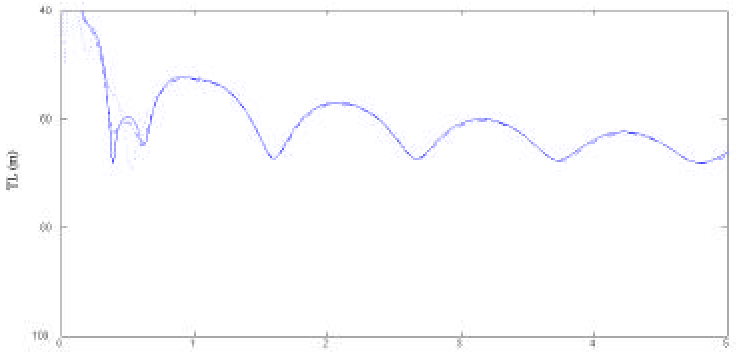


Fig. 4.4 OASES, KRAKENC, RAM **모델에 대하여 주파수가** 20Hz, **음원이** 50m, **수신기가** 20, 60, 80m**에 있을 때의 전달손실 결과**



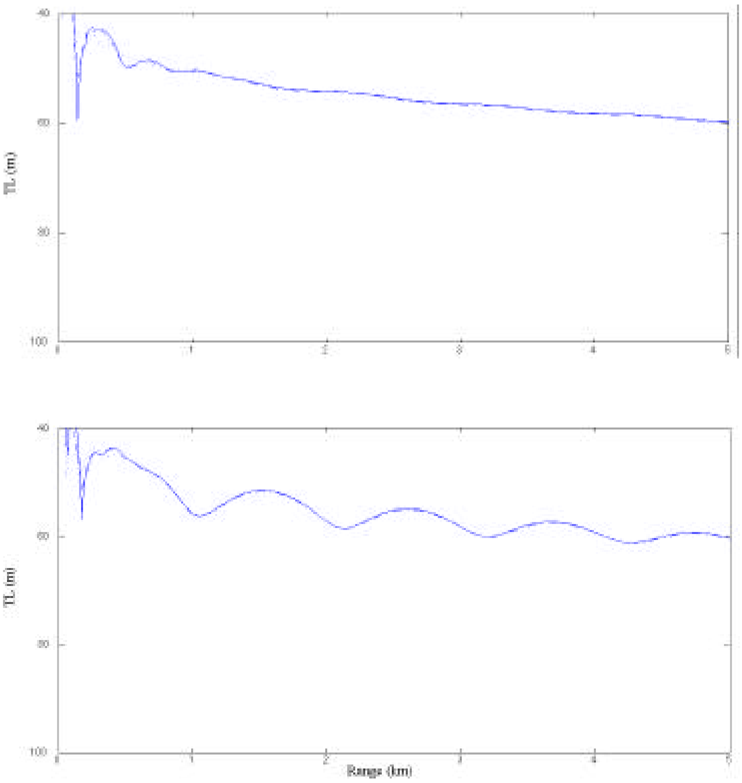
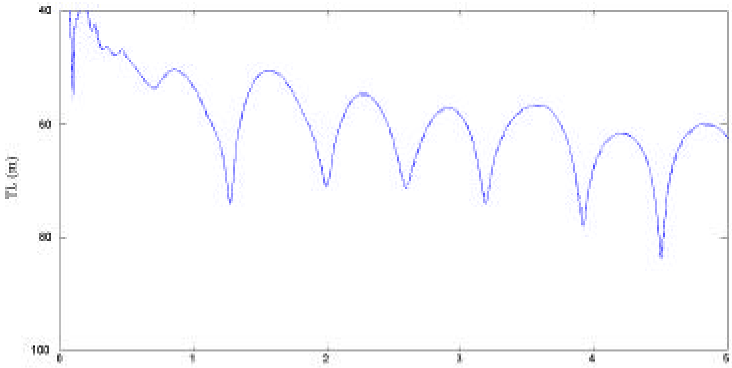
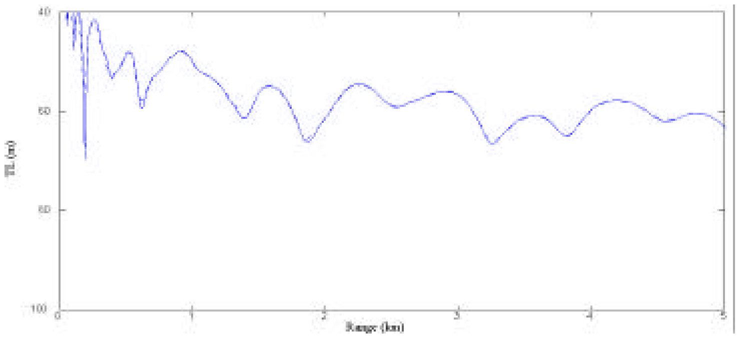


Fig. 4.5 OASES, KRAKENC, RAM **모델에 대하여 주파수가** 40Hz, **음원이** 50m, **수신기가** 20, 60, 80m**에 있을 때의 전달손실 결과**





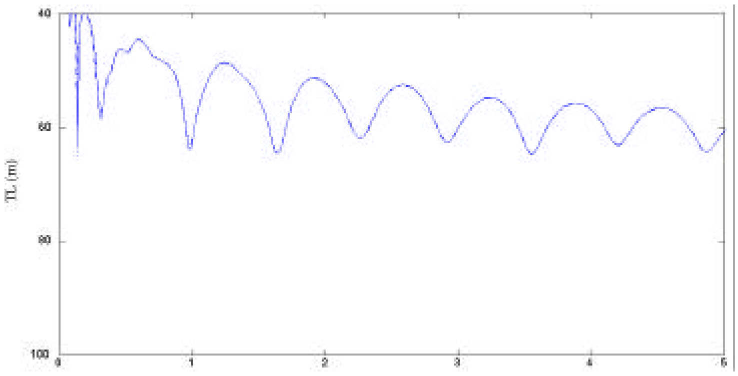
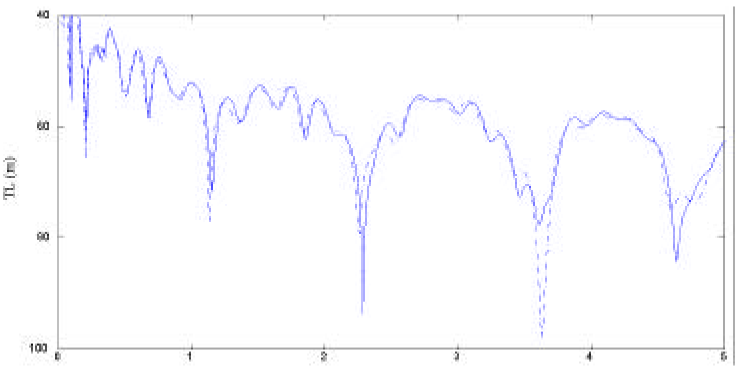


Fig. 4.6 OASES, KRAKENC, RAM 모델에 대하여 주파수가 80Hz, 음원이 50m, 수신기가 20, 60, 80m에 있을 때의 전달손실 결과



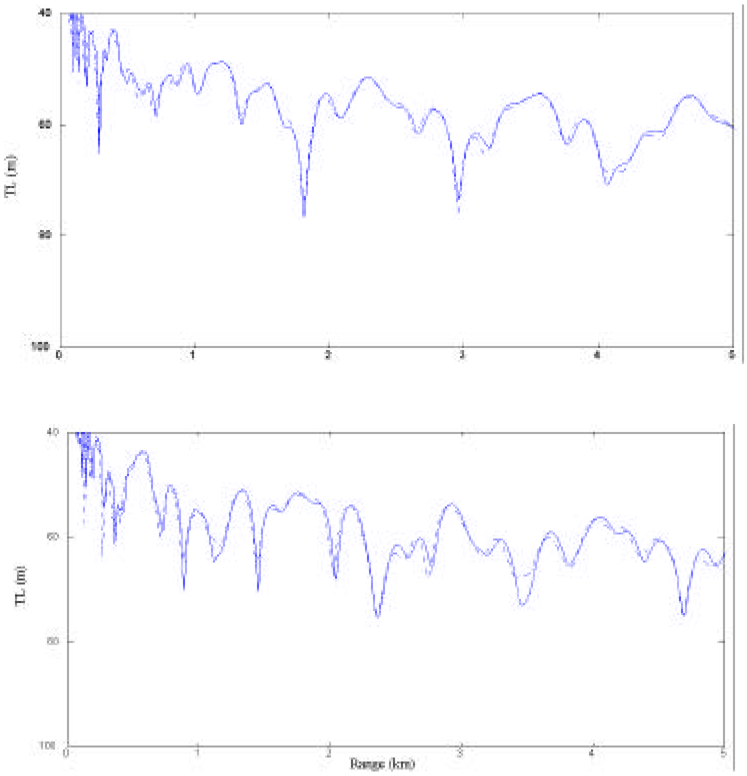
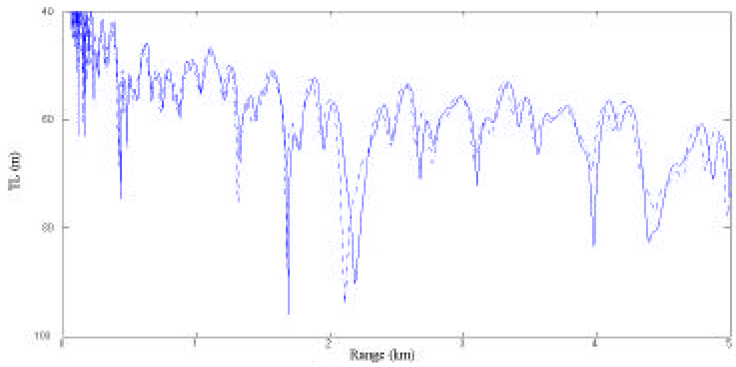
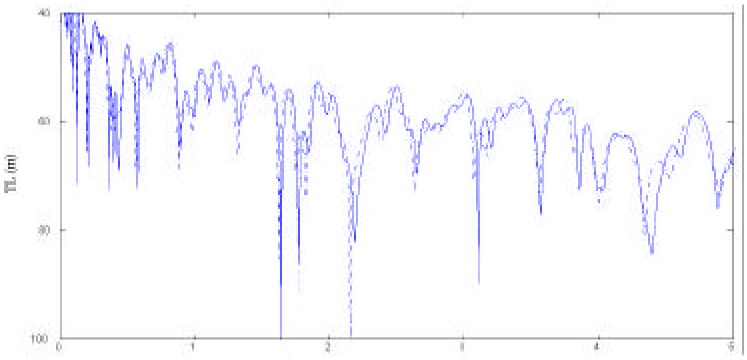


Fig. 4.7 OASES, KRAKENC, RAM **모델에 대하여 주파수가** 160Hz, **음원이** 50m, **수신기가** 20, 60, 80m**에 있을 때의 전달손실 결과**





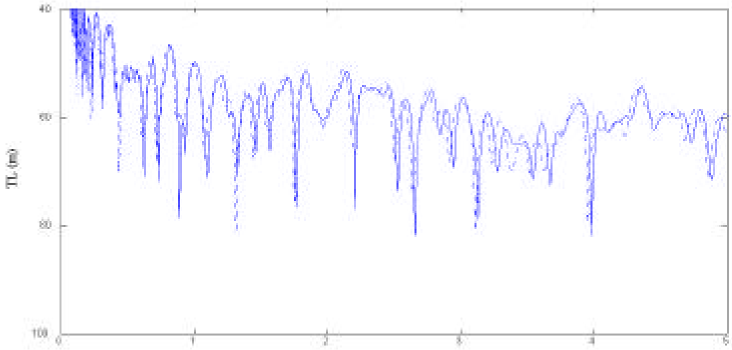
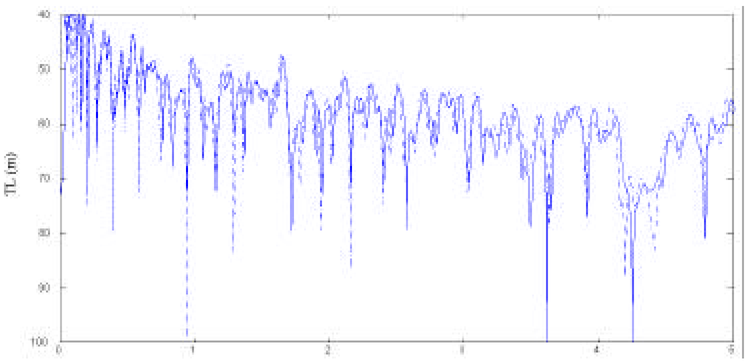


Fig. 4.8 OASES, KRAKENC, RAM **모델에 대하여 주파수가** 320Hz, **음원이** 50m, **수신기가** 20, 60, 80m**에 있을 때의 전달손실 결과**



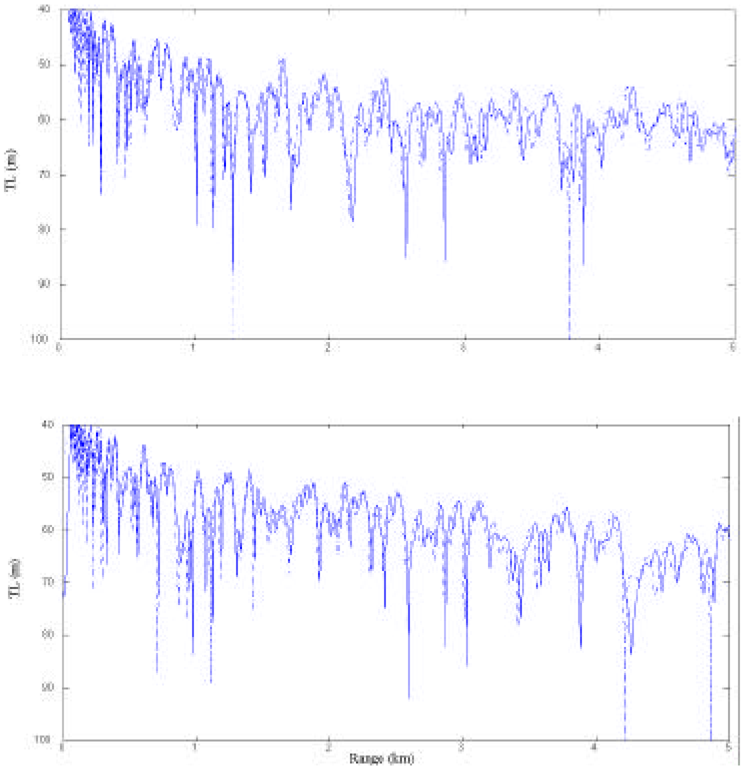


Fig. 4.9 OASES, KRAKENC, RAM 모델에 대하여 주파수가 640Hz, 음원이 50m, 수신기가 20, 60, 80m에 있을 때의 전달손실 결과

20Hz에서 1280Hz까지 8개의 주파수로 세 모델을 실행시킨 결과 거의 완전해를 제공하는 OASES와 KRAKENC 모델은 640Hz 까지는 완전히 일치하였으나 고주파 대역인 1280Hz에서 많은 차이를 보였다. RAM의 경우는 약 160Hz부터 약간의 불일치점을 보이기 시작했고 주파수가 높아질수록 점점 차이가 커졌다. 또한 주파수가 증가할수록 수심 및 거리의 격자 크기가 줄어들어 계산시간이 상당히 늘어나게 되었고, 640Hz의 경우 약 4시간 여 만에 결과를 보였다. 1280Hz의 경우는 격자의 크기가 상당히 줄어듦에 따라 실행에 무리가 있었다. Fig. 4.4에서 Fig. 4.9는 수신기가 20m, 60m, 80m에 있을 때 주파수가 20, 40, 80, 160, 320, 640Hz로 증가하면서 보이는 전달손실 결과로 가로축은 거리[km]이고, 세로축은 전달손실로 단위

가 [dB]이다. 세 모델 모두 아주 근거리에서는 약간씩의 차이를 보이는데 이는 적용된 근사법의 영향 때문이다. 하지만 OASES모델의 경우 음원과 수신기가 완전히 동일선상에 있는 경우를 제외하고 완전해를 제공하므로 다른 두 모델의 비교에 있어 기준이 되었다.

4.2.2. 거리종속 환경에서의 모델평가

KRAKENC의 PC모델을 RD로 확장하기 위하여 RAM 및 벤치마크해와 비교하여 모델실행의 신뢰성을 높이고 추후 있을 벤치마크를 위해 가용한 프로그램을 확보하고자 한다.

가. 환경 및 제원

적용된 환경은 미 음향학회지에 발표된 Wedge환경으로 아래와 같고, 거리에 따라 수심의 변화가 있는 RD환경으로 거리 0km에서 200m의 수심이 거리 4km에서 0m의 수심이 되도록 선형 상방향 경사를 이루고 있다.

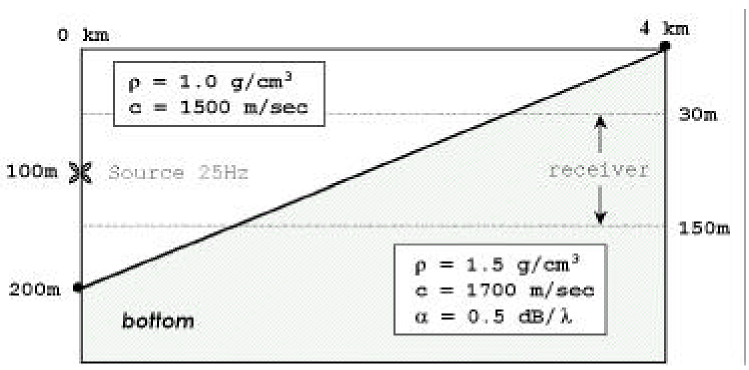


Fig. 4.10 거리의존 문제의 Wedge 환경

	해수중	해저면	해수면
음속 (Sound Speed)	1500 m/s	1700 m/s	자유 수면
밀도 (Density)	1.0 g/cm^3	1.5 g/cm^3	
감쇠 (Attenuation)	0.0 dB/λ	0.5 dB/λ	

Table 4.4 거리독립 환경에서의 모델 평가를 위한 환경 재원

주파수	25 Hz
음원 깊이	100 m
수신기 깊이	30 m , 150 m
전체 계산거리	4 km
경사각도	2.86 °

Table 4.5 거리종속 환경에서의 모델 평가를 위한 문제 재원

나. 적용 결과

KRAKENC를 RD영역에서 실행시킨 결과를 기존 벤치마크 해와 비교하기 위해 아래의 표와 같이 KRAKENC모델의 경우는 내려 받은 환경과 동일하게 적용하고 RAM 모델은 JASA 논문에 소개된 것과 동일한 입력요소를 사용하였다.

	Δr (m)	Δz (m)	z_{max} (m)	c_0 (m/s)	# profiles	# modes
KRAKENC	·	·	3000	·	50	89
RAM	5.0	0.65	1333	1500	·	·

Table 4.6 다양한 벤치마크 해에 대한 입력 요소들

이렇게 선택된 입력요소들로 KRAKENC모델을 돌린 결과 Fig. 4.11과 Fig. 4.12가 동일하고, 다시 RAM의 결과와 비교한 Fig. 4.10과 Fig 4.11에서도 JASA 논문과 비교했을 때도 거의 일치하므로 확보된 KRAKENC모델이 RD환경에 적용 가

능한 것으로 보아진다.

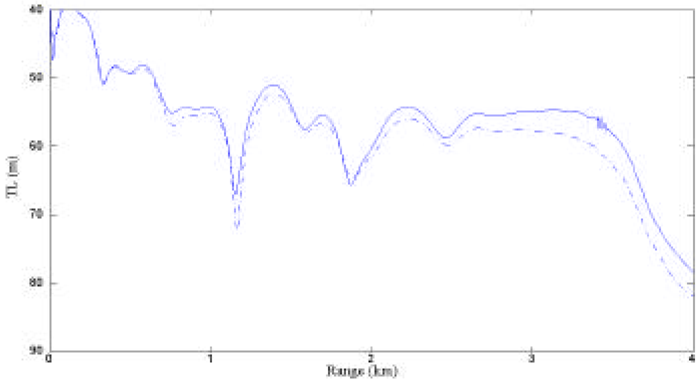


Fig. 4.11 **수신기의 위치가** 30m **일 때 전달손실**

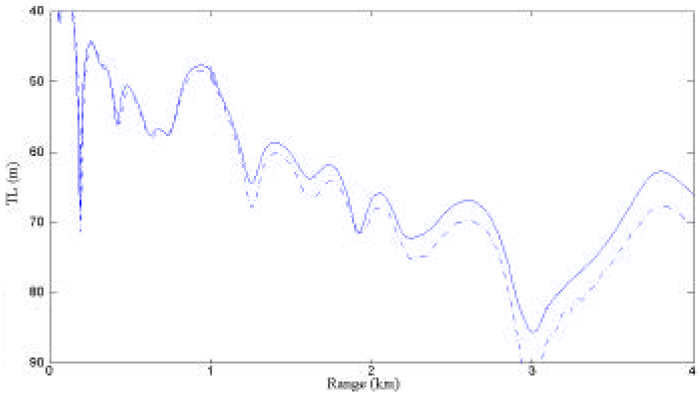


Fig. 4.12 **수신기의 위치가** 150m **일 때 전달손실**

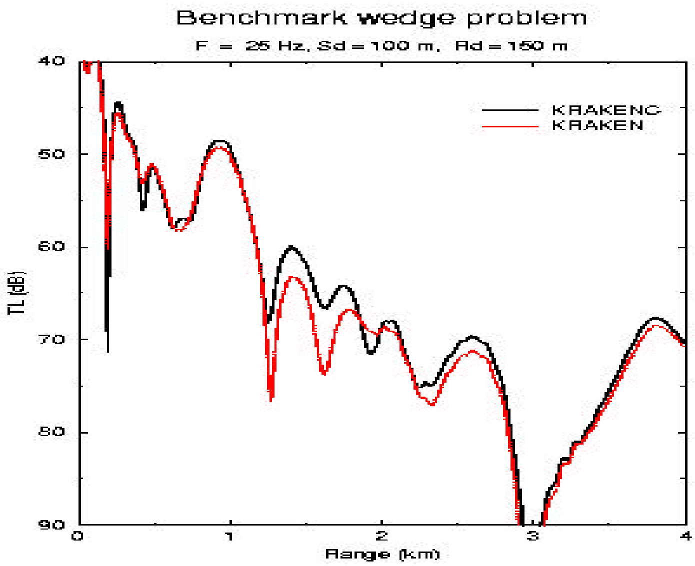


Fig 4.13 wedge **환경에서** KRKEN**과** KRAKENC**의 비교** (RD : 150m)

5. 결론 및 요약

본 논문에서는 수중음향 전달손실 모델의 정확하고 효율적인 운용을 위해 모델별로 적용 가능한 주파수 범위의 기준을 마련하였다. KRAKENC와 RAM 에 대한 모델평가로 사용 가능한 모델을 구축해 앞으로 계속 될 벤치마크연구 뿐만 아니라 관련한 과제수행의 기반을 마련하였고 비교적 저주파 대역에서 사용이 가능한 수중음향 전파모델을 소개하고 그 이론 및 수치기법을 설명하였다. 또, 각 모델의 사용 가능한 주파수 대역을 결정하기 위해 Calibration환경에 대하여 상호모델 비교의 방법을 적용하였고 거리종속 모델의 평가를 위해 Wedge 환경에 대하여 벤치마크 해와 비교하였다. 아래에 본 논문 전체에 대한 요약을 하였다.

5.1 벤치마크 방법론

벤치마크를 위해 쓰이고 있는 방법들은 주로 1990년 미 음향학회에서 제시한 것들이다. 그 중 본 논문에서 사용된 상반원리는 세 모델 각각에 대한 자가평가를 위해 사용되었다. 또, 가장 널리 쓰이는 벤치마크 방법인 상호모델 비교의 방법으로 주파수별 적용범위를 구했는데 모델을 완벽히 이해하고 실행해야 하므로 시간도 많이 걸리고 까다로운 작업이라 할 수 있다. 하지만 OASES와 같은 완전해가 존재하는 경우 기준해로 삼아 비교할 수 있어 가장 효율적이라고 할 수 있다. 이미 벤치마크가 되어 있는 해를 다른 벤치마크에 있어 기준해로 삼아 적용하는 방법이 벤치마크 해와의 비교방법인데 KRAKENC 모델의 평가에 있어 JASA 논문에 있는 벤치마크 해와 web에서 내려 받은 해를 비교, 적용하였다.

5.2 각 모델의 주파수별 사용 범위

OASES 모델의 경우, 음원과 수신기가 일직선상에 있는 경우를 제외하고는 거의 완전해를 제공해 다른 모델의 검증용으로 쓰이므로 KRAKENC와 RAM을 평가하는 기준모델로 사용했다.

KRAKENC 모델의 경우도 아주 근거리를 제외하고는 완전해를 제공하는데 640Hz 까지는 OASES모델과 정확히 일치했다. 그러나 640Hz 이상의 주파수에 대해서는 세 모델 모두 상당한 차이를 보여 주파수 영역을 더 세분화해 정밀한 검증을 모색해야 할 필요가 있다.

RAM 모델의 경우는 수치이론을 도입할 때 쓰인 근사법의 영향으로 상당히 낮은 주파수 영역에서부터 불일치 하는 경향을 보여 거리독립 환경에서는 다른 두 모델에 비해 덜 효율적임을 알 수 있다. 요약하여 보면, 거리독립 환경에서 KRAKENC와 OASES는 640Hz 1280Hz 이하의 주파수 영역에 적용이 가능하고, RAM은 약 320Hz 640Hz 이하의 영역에 적합함을 알 수 있다.

그러나, KRAKENC모델은 거리종속 영역으로 확장할 때 독립된 거리독립 구역의 조합으로 연성(coupling)을 시도하므로 거리에 따른 수심의 변화가 클수록 필요한 프로파일의 수가 많아진다. 때문에 많은 입력요소들이 필요하게 되고 실행시간이나 데이터의 크기가 상당히 커져 신속한 실행과 효율적인 사용에 무리가 있다고 생각된다. 하지만 RAM 모델의 경우는 상대적으로 간단한 입력요소를 가지고 있어 신속한 실행에는 KRAKENC 보다 훨씬 효과적이지만, 고주파로 갈수록 전달손실의 수렴점(convergence zone)을 찾기 위해 모델 실행의 횟수가 증가하고 거리와 수심격자의 크기가 작아져 실행시간이 상당히 많이 걸린다. 즉, KRAKENC와 RAM을 거리종속 영역에 적용함에 있어 더 효율적이고 정확한 모델을 선택하기가 어려움을 알수 있어 추후 다른 거리종속 모델과의 비교가 이루어져야 하겠다.

5.3 연구방향

본 논문에서는 주파수 영역에 대해서만 그 적용범위를 검증하였으나 앞으로 음원/수신기 위치, 매질의 특성 등의 다른 항목들에 대한 추가적인 기준의 확보로 다양한 해양환경에 적합한 모델을 적용할 수 있어야 하겠다. 이를 위해 우선적으로는 여러 가용한 모델을 확보해야 하고 현재로서는 한계가 있는 벤치마크 방법 외에 다른 벤치마크의 도입이나 방법론의 개발이 필요하다. 또한 기존 모델이 모두 외국에서 만들어 진 것이라 외국 환경에 맞춰져 있고 사용법이나 기타의 문제로 활용이 어려운 실정이라 우리 환경에 맞는 독자적인 모델개발이 있어야 하겠다.

참 고 문 헌

[1] D. J. Thomson, "Wide-angle parabolic equation solutions to two range-dependent benchmark problem," J. Acoust. Soc. Am. 87, p1514-1520, 1990

[2] D. J. Thomson. G. H. Brooke, and J. A. DeSanto, "Numerical implementation of a modal solution to a range-dependent benchmark problem," J. Acoust. Soc. Am. 87, p1521-1526, 1990

[3] E. K. Westwood, "Ray model solutions to the benchmark wedge problems," J. Acoust. Soc. Am. 87, p1521-1526, 1990

[4] F. B. Jensen and Carlo M. Ferla, "Numerical solutions of range-dependent benchmark problems in ocean acoustics," J. Acoust. Soc. Am. 87, p1499-1510, 1990

[5] F. B. Jensen, W. A. Kuperman, M. B. Porter, and H. Schumidt, "Computational Ocean Acoustics, American Institute of Physics, New York, 1994

[6] H. Schimidt, "SAFARI User's Guide," SR-113, 'SACLANCEAN', 1988

[7] H. Schimidt, "OASES User's Guide and Reference Manual," MIT, 1997

[8] L. B. Felsen, Chairman, "Session R. Underwater Acoustics **II**: Quality Assessment of Numerical Codes, Part 2 : Benchmarks", J. Acou. Soc. Am., Suppl. 1, 80, 1995

[9] L. B. Felsen, "Benchmarks : An option for quality assessment," J. Acoust. Soc. Am. 87(4), p1497-1498, 1990

[10]L.B. Felsen, F. B. Jensen and Carlo. M. Ferla, "Numerical solutions of range-dependent benchmark problems in ocean acoustics," J. Acoust. Soc. Am.

87(4), p1499-1510, 1990

[11] M. B. Porter, F. B. Jensen and C. M. Ferla, "The problem of energy conservation in
one-way models," J. Acoust. Soc. Am. 89, p1058-1060, 1995

[12] M. B. Porter, "The KRAKEN normal mode program," (SACLANT Undersea Research Centre), 1994

[13] M. D. Collins, "A split-step Pade solution for parabolic equation method", J. Acoust. Sco. Am, 93, p1736-1742, 1993

[14] M. D. Collins, "Generalization of the split-step Pade solution", J. Acoust. Sco. Am, 96, p382-385, 1993

[15] M. D. Collins, "User's Guide for RAM," NRL, 1995

[16] M. D. Collins, "A self-starter for the parabolic equation method", J. Acoust. Sco. Am, p2069-2074, 1992

[17] M. D. Collins, "A complete energy conservation correction for the elastic parabolic
equation", J. Acoust. Sco. Am, 105(2), p687-692, 1999

[18] Michael D. Collins, "Benchmark calculations for higher-order parabolic equations," J. Acoust. Soc. Am. 87, p1535-1538, 1990

감사의 글

새 천년의 첫 달에 많이 부족한 논문이나마 이렇게 마치게 되었습니다.
혼자 힘으로는 마치지 못했을 논문을 여러 교수님들을 비롯한 선배, 동기님들의 격려와 도움으로 완성하게 되어 마음속 깊이 감사의 마음을 전합니다.

순수한 학문에의 열의로 석사과정 공부를 시작했고 나름의 최선을 다했던 지난 2년이었습니다. 학문적인 성취뿐만 아니라 인간관계를 배우게 되었던 그 기간이 제 인생에 있어 더할 수 없이 소중한 시간이었음을 되새기면서 이 논문을 마감하고자 합니다.

같이 울고 웃으며 보낸 수중음향 실험실의 신기철, 주재훈, 최규훈 선배님과 양헌, 그리고 6년 지기 친구 선미, 든든한 AQUA, 큰언니 영미, 수경언니, 구조물 실험실, 오염 실험실, 연안 해양학 실험실, 진동 실험실, 용접공학 실험실 분들 모두 보살펴 주셔서 고맙습니다.
힘든 일상에 혹 내가 지칠까 따듯한 마음으로 늘 걱정해준, 사랑하는 미희언니와 기은, 언제나 내편이 되어준 너무나 든든한 친구 윤현과 영태 그리고 동주.
부족한 제자를 지도해 주시고 인간적으로 성숙하게 해 주신 김재수 교수님과, 힘들었던 지난 한 해 든든한 울타리가 되어주신 박재은 선배님께 더욱 특별한 고마움을 전합니다.
마지막으로, 가장 가까운 곳에서 한결같이 지켜봐 주신 사랑하는 부모님, 주현, 현진에게 이 논문이 작으나마 보답이 되었으면 합니다.

이 작은 마감을 더 큰 성장을 위한 도약으로 생각하고 열심히 살겠습니다.
그 동안 도와주시고 아껴주신 점 다시 한번 감사드립니다.

Happy New Millennium

2000년 1월 9일
차 경 희 드림